

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №333

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

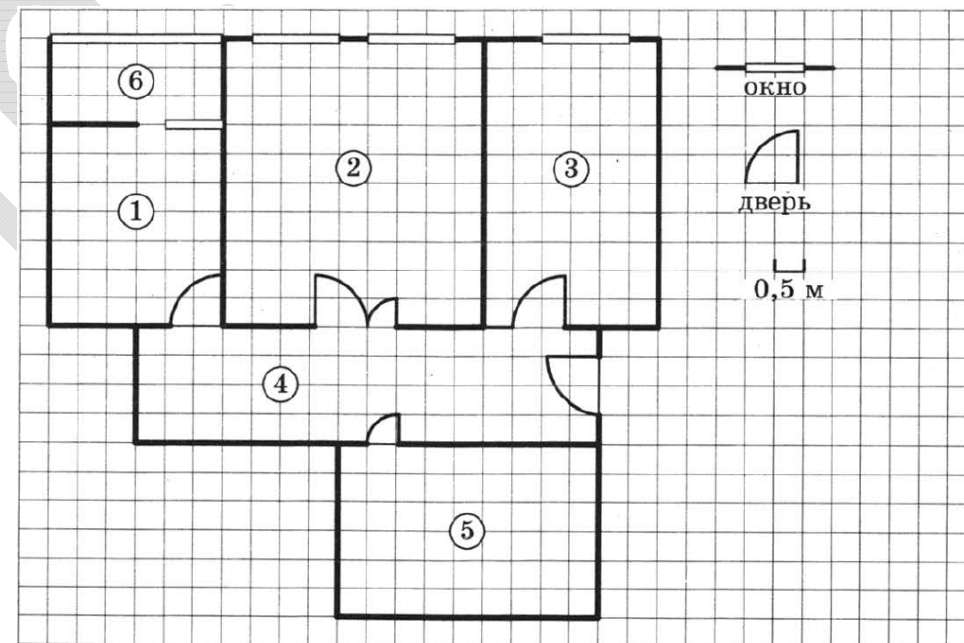
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона каждой клетки на плане равна 0,5 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Слева от входа расположен санузел, а справа – гостиная, кухня и спальня. На кухне есть выход в застеклённую лоджию. Их всех помещений в квартире гостиная занимает наибольшую площадь.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они указаны на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность пяти цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	спальня	санузел	кухня	гостиная	прихожая
Цифры					

Ответ: _____.

2. Найдите ширину (в см) окна в спальне.

Ответ: _____.

3. Плитка для пола размером 25 см × 25 см продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки понадобится, чтобы выложить пол лоджии?

Ответ: _____.

4. Найдите площадь (в м²), которую занимает санузел.

Ответ: _____.

5. На сколько процентов площадь гостиной больше площади спальни?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $2,3 \cdot 5,5 + 4,84$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $a < b < 0 < c$. Какое из следующих утверждений относительно этих чисел является верным?

1) $a + b > 0$

2) $\frac{1}{b} > \frac{1}{c}$

3) $ab < 0$

4) $(a - b)c < 0$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $2\sqrt{11} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{33}$.

Ответ: _____.

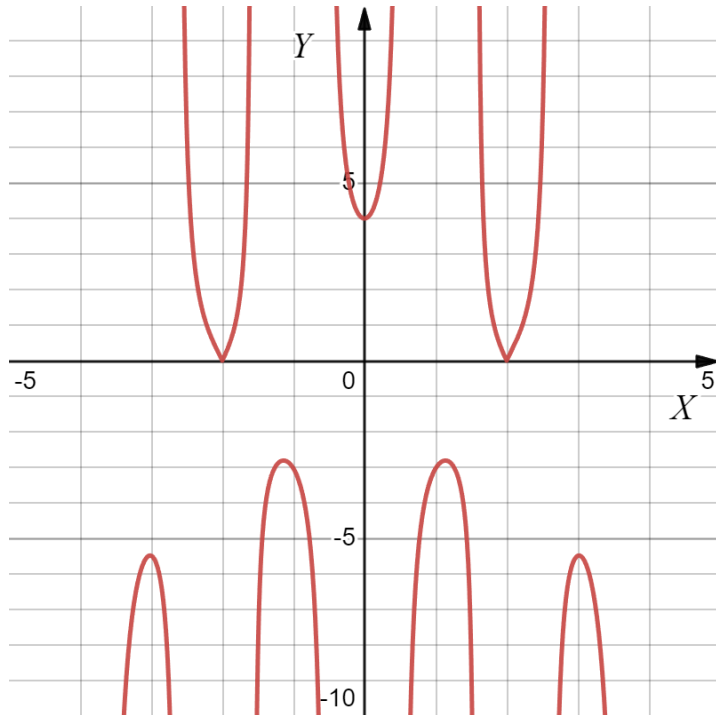
9. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$. В ответ запишите $x + y$.

Ответ: _____.

10. В мешке содержатся жетоны с номерами от 5 до 54 включительно. Какова вероятность, того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит двузначное число?

Ответ: _____.

11. Ниже представлен график некоторой функции на отрезке $[-5; 5]$. Вне этого отрезка функция не определена. Установите соответствие между утверждениями для этой функции и их верностью. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



Утверждения	Верность
А) Функция непрерывна на отрезке $[-5; 5]$	1) верно
Б) $f(-1) > f(2)$	2) неверно
В) На отрезке $2 \leq x \leq 2,2$ функция возрастает	
Г) Функция имеет ровно 2 нуля функции	

Ответ: _____.

12. Площадь треугольника S можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}ah$, где a — сторона треугольника, h — высота, проведенная к этой стороне. Пользуясь этой формулой, найдите сторону a , если площадь треугольника равна 28, а высота h равна 14.

Ответ: _____.

13. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 \leq 4 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$.

- 1) $(-\infty, 3]$ 2) $(-\infty, 3] \cup [2, +\infty)$ 3) $[-2, 2]$ 4) $[-2, 3]$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. За изготовление и установку нижнего железобетонного кольца колодца заплатили 234 тыс. руб., а за каждое следующее кольцо платили на 18 тыс. руб. меньше, чем за предыдущее. Кроме того, по окончании работы была выплачена премия 360 000 рублей. Средняя стоимость изготовления и установки одного кольца с учетом премии оказалась равна 202 тыс. руб. Сколько колец было установлено?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Внутренние углы B и C треугольника ABC равны соответственно 61° и 89° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 10.

Ответ: _____.

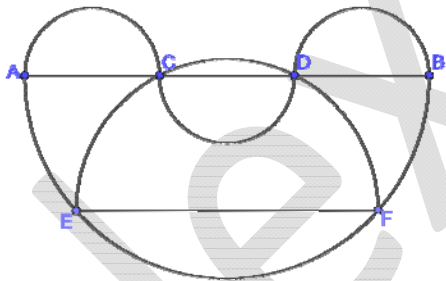
16. Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду MN этой окружности в её середине — точке K . Найдите длину хорды MN , если $KB=1$, а радиус окружности равен 13.

Ответ: _____.

17. Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а один из углов — 45° . Найдите площадь параллелограмма, делённую на $\sqrt{2}$.

Ответ: _____.

18. Дан полукруг диаметром AB и три равных друг другу полукруга диаметрами AC , CD и DB (см. рис.). На полуокружности диаметром AB взяты точки E и F так, что полуокружность диаметром EF проходит через точки C и D . Найдите площадь полукруга диаметром EF , если $AC = \frac{4}{\sqrt{\pi}}$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Вертикальные углы равны.
- 2) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
- 3) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. При каких целых значениях n выражение $\frac{2n-3}{n+1}$ является целым числом?

21. Имеется два сплава с разным содержанием золота: в первом содержится 50%, а во втором — 80% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% золота?

22. Постройте график функции $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$. Найдите все значения a , при каждом из которых прямая $y = ax$ не имеет с графиком данной функции ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

23. Найдите отношение двух сторон треугольника, если его медиана, выходящая из их общей вершины, образует с этими сторонами углы в 30° и 90° .

24. В параллелограмме $ABCD$, проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC . Докажите, что $BFDE$ — параллелограмм.

25. Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами $\frac{5}{2}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{9}{2}$ соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите градусную меру угла $O_1O_2O_3$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	35124	150	8	13,5	50	17,49	4	396	3	0,9	2211	4	3	9	10	10	30	10	1	-6;-2;0;4	5:1	2/3;1;2	1:2	-	120

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №333

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5**

Номер печи	Тип	Объём помещения (м ³)	Масса (кг)	Стоимость (тыс. руб.)
1	дровяная	8-13	42	19
2	дровяная	10-15,5	48	20,7
3	электрическая	9-15	15	16,5



рис. 1



рис. 2

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 2,6 м, ширина 2,5 м, высота 2,2 м. Окон в парном отделении нет, для

доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице (см. выше) представлены характеристики трёх печей.

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6 200 руб.

1. Установите соответствие между объёмами помещения и номерами печей, для которых данный объём является наибольшим для отопления помещений. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объём (м ³)	13	15	15,5
Номер печи			

Ответ: _____.

2. Найдите площадь пола парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

3. Во сколько рублей обойдётся покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, с доставкой, если доставка печи до дачного участка будет стоить 1400 рублей?

Ответ: _____.

4. На электрическую сделали скидку 15%. Сколько рублей стала стоить печь (без учёта доставки)?

Ответ: _____.

5. Хозяин выбрал дровяную печь (см. рис. 1 выше). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2 (см. выше). Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (см. рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(\frac{11^{\frac{1}{3}} \cdot 11^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{11}}\right)^2$.

Ответ: _____.

7. Пусть a , b , c – действительные положительные числа. Причём $abc = 1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{a^5 b^5}{a^2 + b^2} + \frac{b^5 c^5}{b^2 + c^2} + \frac{c^5 a^5}{c^2 + a^2}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{1}{2}$

2) 1

3) $\frac{3}{2}$

4) 2

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left((1-a^2)^{-\frac{1}{2}} + 1 + \frac{1}{(1-a^2)^{-\frac{1}{2}} - 1} \right)^{-2} : (2-a^2 - 2\sqrt{1-a^2})$

при $a = \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}.$$

В ответе запишите значение выражения $-10x_1 - x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. В почтовом отделении продаются открытки 10 видов. Сколькими способами можно купить в нём 8 различных открыток?

Ответ: _____.

11. На множестве целых чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых целых значениях $x, y \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(f(x) + f(y)) = x + y + 1.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-3)$

Б) $f(0)$

В) $f(8)$

1) -9

2) 2

3) -1

Ответ: _____.

12. В строительной фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 5000 + 4300n$, где n — число колец, установленных при копании колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 4 колец. Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\frac{x^{11} + x}{x^7 + x^5} - \frac{205}{16} \geq 0.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left[-2; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right]$

2) $(-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

3) $[-2; 2]$

4) $(-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

Ответ: _____.

14. Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день поднимались на высоту на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту 5000 м?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Дан треугольник ABC . На продолжении стороны AC за точку C взята точка N , причём $CN = AC$; точка K – середина стороны AB . Пусть M – точка пересечения отрезков BC и KN . Найдите MC , если известно, что $BC = 9$.

Ответ: _____.

16. Найдите градусную меру меньшего угла между радиусами OA и OB окружности, если расстояние от центра O этой окружности до хорды AB вдвое меньше AB .

Ответ: _____.

17. В трапеции $ABCD$ известны боковые стороны $AB = 27$, $CD = 28$, основание $BC = 5$ и $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$. Найдите диагональ AC . В ответе запишите сумму квадратов полученных значений.

Ответ: _____.

18. Точка O , лежащая внутри выпуклого четырёхугольника площади 11, отражается симметрично относительно середин его сторон. Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в полученных точках.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
- 2) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
- 3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + y + z = 3 \\ \frac{1}{y} + z + x = 3 \\ \frac{1}{z} + x + y = 3 \end{cases}$$

21. Множество чисел назовём «хорошим», если его можно разбить на два подмножества с одинаковой суммой чисел. Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества $\{3, 4, 5, 6, 8, 10, 12\}$?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство:

$$|x^2 + 4x - a| > 6$$

не имеет решений на отрезке $[-3, 0]$.

Модуль «Геометрия»

23. В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны, M — точка пересечения биссектрис внутренних углов A и B , N — точка пересечения биссектрис внутренних углов C и D . Найдите значение выражения $\frac{|AB + CD - BC - AD|}{MN}$, если известно, что в трапецию $ABCD$ нельзя вписать окружность.

24. В окружность вписаны треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, причём треугольник ABC неподвижен, а треугольник $A_1B_1C_1$ вращается. Докажите, что прямые AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке не более чем при одном положении треугольника $A_1B_1C_1$.

25. В треугольнике ABC отмечена точка M — середина BC . Через точку A проведена окружность ω_1 , касающаяся отрезка BC в точке M . Окружность ω_1 пересекает отрезки AB и AC в точках D и E соответственно. Пусть X — середина BE и Y — середина DC . Около треугольника MYX описана окружность ω_2 с центром в точке O . Найдите градусную меру угла OMC .

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	132	6,5	22100	14025	52	11	3	-2	20	45	231	22200	3	4	3	90	1508	22	13	см. ниже	8	[-6;2]	2	-	90

№20

$$(x; y; z) = \left(-\frac{1}{3}; 3; 3\right), \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), (1; 1; 1), \left(3; -\frac{1}{3}; 3\right), \left(3; 3; -\frac{1}{3}\right)$$