

ФИО ученика _____
 ФИО учителя _____
 Город/район _____
 Школа _____

Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

ВАРИАНТ 2

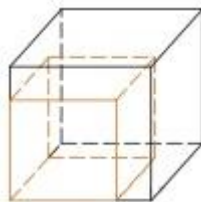
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Сторона AB треугольника ABC с тупым углом C равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



2. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.



3. На конференцию приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

4. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

5. Решите уравнение $\sqrt{x+16} + x - 4 = 0$. Если корней более одного, то в ответе укажите больший из них.

6. Найдите значение выражения $\frac{(4x-3y)^2 - (4x+3y)^2}{4xy}$ при $x \neq 0$, $y \neq 0$.

7. Прямая $y = 3x + 4$ является касательной к графику функции $y = 3x^2 - 3x + c$. Найдите c .

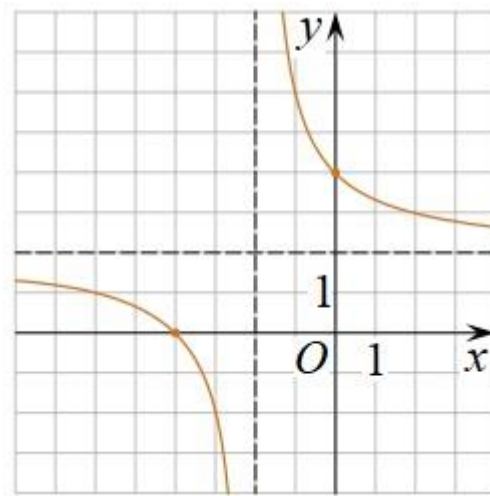
8. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$,

ФИО ученика _____

где $I=2\text{А}$ – сила тока в рамке, $B=3\cdot 10^{-3}\text{ Тл}$ — значение индукции магнитного поля, $l=0,5\text{ м}$ — размер рамки, $N=1000$ – число витков провода в рамке, α – острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше $0,75\text{ Н}\cdot\text{м}$?

9. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч , вторую треть — со скоростью 120 км/ч , а последнюю — со скоростью 110 км/ч . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч .

10. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f\left(\frac{2}{3}\right)$.



11. Найдите наибольшее значение функции $y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 1$ на отрезке $[1;9]$.

Часть 2

Для заданий 12-18 запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\text{tg}^2 x + (1 + \sqrt{3})\text{tg} x + \sqrt{3} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

13. На ребре CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка E так, что $CE : EC_1 = 1 : 2$.

а) Пусть точка F делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$, считая от вершины B_1 . Докажите, что угол между прямыми BE и AC_1 равен углу $AC_1 F$.

б) Найдите угол между прямыми BE и AC_1 .

14. Решите неравенство: $\frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x-4} + \frac{5}{x}$.

15. Трейдер потратил треть своих денег на приобретение акций одного акционерного общества (АО), а остальные деньги — на акции второго АО. Спустя три месяца цены акций обоих АО выросли на определенные для каждого АО проценты, а еще через три месяца цены акций выросли на столько же процентов, что и в предыдущий период. В результате за полгода общая стоимость акций трейдера выросла на 98%. Если бы после первых трех месяцев трейдер продал все акции первого АО по новой цене и на все полученные деньги приобрел бы акции второго АО, то общий прирост инвестиций за полгода составил бы 110%. Какой процент прибыли получит трейдер за полгода, вложив всю сумму в акции первого АО?

16. Дан треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

а) Докажите, что $\angle NMB = \angle NCA$.

б) Найдите CN , если $AB = AC = 10$ и $BC = 16$.

17. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a^2 + x^2} = \cos 2x + a^2 + 2a - 1$$

имеет единственное решение.

18. Натуральные числа m и n будем называть дружественными, если $\text{НОД}(m, n) > 1$. Составим следующую последовательность натуральных чисел $a_1 = 1$, a_n ($n > 1$) — количество чисел, дружественных с n и не превосходящих n .

а) Чему равно a_{2022} ?

б) Найдите все натуральные числа n , для которых $a_n = 2$.

в) Найдите все натуральные числа n , для которых, для которых дружественными числами являются все делители $d > 1$ и только они.