### Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

#### Тренировочный вариант №334

#### Уровень 1

#### Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

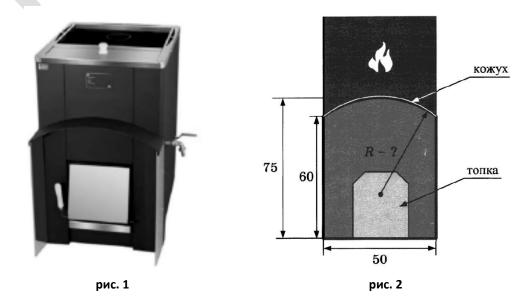
# Часть 1

Ответами к заданиям 1 — 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её <u>без пробелов, запятых и других дополнительных символов.</u> Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

#### Модуль «Алгебра»

#### Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Печь	Тип	Объём помещения (м³)	Масса (кг)	Стоимость (тыс. руб.)
Килиманджаро	дровяная	4-8	45	14
Кентавр	дровяная	7-13	65	25
Ока	электрическая	8-14	14	23



Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 2,5 м, ширина 2,3 м, высота 2,1 м. Для прогрева парного отделения

можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице (см. выше) представлены характеристики трёх печей.

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6 500 py6.

Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 3000 киловатт-часов электроэнергии по 5 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 2  $M^3$  дров, которые обойдутся по 1700 руб. за  $M^3$ .

**1.** Найдите объём парного отделения строящейся бани (в  $м^3$ ).

Ответ: .

2. На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

3. На сколько рублей эксплуатация дровяной печи, которая подходит по отапливаемому объёму парного отопления, обойдётся дешевле эксплуатации электрической в течение года?

Ответ:

4. Доставка печи из магазина до участка стоит 500 руб. При покупке печи ценой выше 20 000 руб. магазин предлагает скидку 3% на товар и 35% на доставку. Сколько будет стоить покупка печи «Кентавр» вместе с доставкой на этих условиях?

5. Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис. 2 выше). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки. Размеры кожуха показаны на рисунке. Найдите радиус в см. Результат округлите до десятых.

**6.** Найдите значение выражения  $0.03 \cdot 0.3 \cdot 30000$ .

**7.** Известно, что a < 0 < b < 1. Какое из следующих утверждений относительно этих чисел является верным?

- **1)**  $a^3 > 0$  **2)** a b > 0 **3)** ab < 1
- **4)** a+b>1

Ответ: \_

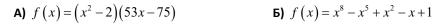
**8.** Найдите значение выражения  $\frac{2^{n+2} \cdot 21^{n+3}}{\epsilon^{n+1} \cdot 7^{n+2}}$ .

**9.** Решите уравнение  $x^3 = 3x^2 + 4x$ . В ответе запишите меньший корень.

10. В денежно-вещевой лотерее на 100 000 билетов разыгрывается 1300 вещевых и 850 денежных выигрышей. Какова вероятность получить вещевой выигрыш?

Ответ: .

**11.** Найдите все такие значения x, при каждом из которых функция f(x) принимает отрицательные значения. Установите соответствие между функциями и значениями x. В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



**b)** 
$$f(x) = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$$

**B)** 
$$f(x) = x^2 + (x+2)^2 - \frac{60}{x^2 + 2x + 3}$$
 **r)**  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x} - \frac{1}{2x^2 + 2x + 3}$ 

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x} - \frac{1}{2x^2 + 2x + 3}$$

**1)** 
$$\varnothing$$
 **2)**  $\left(-\infty; -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}; \frac{75}{53}\right)$  **3)**  $\left(-3; 1\right)$  **4)**  $\left(-1; 0\right)$ 

**4)** 
$$(-1; 0$$

**12.** Длину биссектрисы треугольника, проведённой к стороне a, можно вычислить

по формуле 
$$l_a=rac{2bc\cosrac{lpha}{2}}{b+c}$$
 . Вычислите  $\cosrac{lpha}{2}$  , если  $b=1$  ,  $c=3$  ,  $l_a=1,2$  .

**13.** Решите неравенство  $(\sqrt{3}-1,5)(3-2x) > 0$ .

$$1) \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$$

2) 
$$\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$$

1) 
$$\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$$
 2)  $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$  3)  $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$  4)  $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ 

4) 
$$\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ:

14. При хранении бревен их укладывают, как показано на рисунке. Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основании положено 12 бревен?



Ответ:

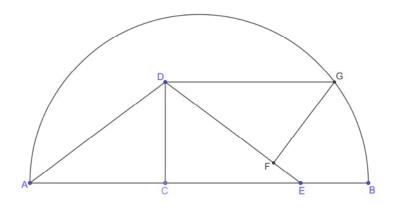
Модуль «Геометрия»

**15.** Высота равностороннего треугольника равна  $59\sqrt{3}$ . Найдите его периметр

**16.** В окружность вписан равносторонний восьмиугольник ABCDEFGH . Найдите градусную меру угла ACE .

**17.** Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны ABи BC в точках M и N соответственно, AC=16 , MN=12 . Площадь треугольника ABC равна 80. Найдите площадь треугольника MBN.

**18.** Дан полукруг диаметром AB площадью  $50\pi$ . Три равных друг другу прямоугольных треугольника ACD, DCE и DFG расположены таким образом, что точки C и E лежат на отрезке AB, а точка G лежит на полуокружности диаметром AB (см. рис.). Найдите длину отрезка DE.



Ответ:	

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90°, то такой ромб квадрат.
- 4) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.

O-0-1	
Ответ:	

# Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

### Модуль «Алгебра»

**20.** На области действительных значений  $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; +\infty)$  упростите выражение:

$$\left(\frac{x+3}{x^2-3x} + \frac{x-3}{x^2+3x}\right) \cdot \frac{9x-x^3}{x^2+9} \ .$$

- **21.** Расстояние между городами A и B равно 750 км. Из города A в город B со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии (в км) от города A автомобили встретятся?
- **22.** При каких значениях a вершины парабол  $y = x^2 4ax + a$  и  $y = -x^2 + 8ax + 4$  расположены по одну сторону от оси x?

### Модуль «Геометрия»

- **23.** В выпуклом четырёхугольнике NPQM диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S. Найдите NS, если известно, что около четырёхугольника NPQM можно описать окружность, PQ=86, SQ=43.
- **24.** В окружности через середину O хорды BD проведена хорда AC так, что дуги AB и CD равны. Докажите, что O середина хорды AC .
- **25.** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

	Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
П	Ответ	12,075	4500	11600	24575	28,3	270	3	126	-1	0,013	2134	0,8	4	78	354	90	45	10	13	-2	400	(0;1/4)	129		4,5

### Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

#### Тренировочный вариант №334

#### Уровень 2

#### Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

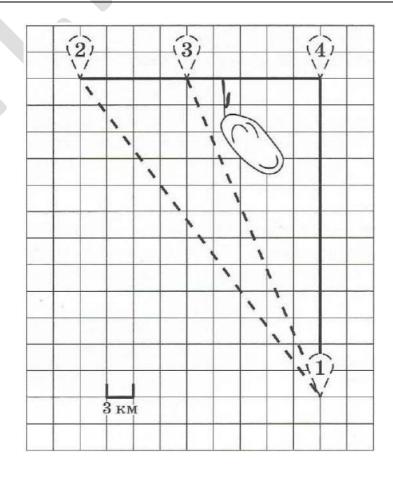
Желаем успеха!

# Часть 1

Ответами к заданиям 1 — 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её <u>без пробелов, запятых и других дополнительных символов.</u> Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

#### Модуль «Алгебра»

#### Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Дима летом отдыхает у дедушки в деревне Васильевке. Во вторник они собираются съездить на велосипедах в село Плодородное на ярмарку. Из деревни Васильевки в село Плодородное можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через Шарковку до деревни Рассвет, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Плодородное. Есть и третий маршрут: в деревне Шарковка можно свернуть на прямую тропинку в село Плодородное, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Дима с дедушкой едут со скоростью 25 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 18 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов. Длина стороны каждой клетки на плане соответствует 3 км.

**1.** Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	д. Васильевка	д. Шарковка	д. Рассвет
Цифры			

**2.** Сколько километров проедут Дима с дедушкой от деревни Васильевки до села Плодородного, если по шоссе через деревню Рассвет?

Ответ:		

3. Найдите расстояние (в км) от деревни Шарковка до села Плодородное по прямой.

Ответ:		
		ACCOUNT TO THE PERSON NAMED IN

**4.** Сколько минут затратят на дорогу из деревни Васильевка в село Плодородное Дима с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Шарковка на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ:	

**5.** В таблице (см. ниже) указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Васильевка, в селе Плодородном в деревне Шарковка и в деревне Рассвет.

Дима с дедушкой хотят купить 2 л молока, 3 кг говядины, и 2 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость (в рублях) данного набора в этом магазине.

Наименование продукта	д. Васильевка	с. Плодородное	д. Шарковка	д. Рассвет
Молок (1 л)	37	38	36	39
Хлеб (1 батон)	16	18	22	21
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	250	260
Говядина (1 кг)	420	430	415	410
Картофель (1 кг)	30	28	35	25

Ответ:	
--------	--

**6.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{10}\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{6}}$ 

Ответ:	

**7.** Пусть a , b , c — действительные положительные числа. Причём  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$  .

Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}\right) \cdot \frac{abc}{a+b+c} \,.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

- **1)** 2
- **2)**  $\frac{3}{2}$

**3)** 1

4)  $\frac{1}{2}$ 

Ответ: \_\_\_\_\_\_

**8.** Найдите значение выражения  $\left(\left(1-a^2\right)^{-\frac{1}{2}}-\left(1+a^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right)^2+2\left(1-a^4\right)^{-\frac{1}{2}}$  при  $a=\sqrt[4]{11}$  .

Ответ: \_\_\_\_\_

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} + \frac{5}{2} = 0\\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} + \frac{7}{5} = 0 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения  $4x_1-2y_1$ , где  $\left(x_1;\ y_1\right)$  — решение этой системы.

Ответ: \_\_\_\_\_

**10.** Параллелограмм пересекается двумя рядами прямых, параллельных его сторонам; каждый ряд состоит из 15 прямых. Сколько параллелограммов можно выделить в образовавшейся сетке?

Ответ:

**11.** На множестве целых чисел  $x \in [2; +\infty)$  задана функция f(x). Также известно, что эта функция при любых целых значениях  $x \in [2; +\infty)$  удовлетворяет уравнению:

$$f\left(x+\frac{1}{x}\right) = x - \frac{1}{x}.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции f(x) и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих A, Б, B, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- A)  $f(\sqrt{5})$
- $\mathbf{b)} \ f\left(\sqrt{85}\right)$

**B)**  $f(2\sqrt{17})$ 

**1)** 9

**2)** 1

**3)** 8

Ответ:

**12.** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле C = 150 + 11(t-5), где t — длительность поездки, выраженная в минутах. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость (в рублях) 16-минутной поездки. Ответ укажите в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$x^5 - x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 3x - 1 \ge 0$$
.

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) 
$$\left(-\infty; \ 2\cos\frac{9\pi}{11}\right] \cup \left[2\cos\frac{7\pi}{11}; \ 2\cos\frac{5\pi}{11}\right] \cup \left[2\cos\frac{3\pi}{11}; \ 2\cos\frac{\pi}{11}\right]$$
 2)  $\left(-\infty; +\infty\right)$ 

**3)** 
$$\left[ 2\cos\frac{9\pi}{11}; \ 2\cos\frac{7\pi}{11} \right] \cup \left[ 2\cos\frac{5\pi}{11}; \ 2\cos\frac{3\pi}{11} \right] \cup \left[ 2\cos\frac{\pi}{11}; \ +\infty \right)$$
 **4)**  $\left[ -1; \ 1 \right]$ 

Ответ: \_\_\_\_\_\_

**14.** Два приятеля положили в банк по 20 000 рублей каждый, причём первый положил деньги на вклад с ежеквартальным начислением 2%, а второй — с ежегодным начислением 8%. Через год приятели получили деньги вместе с причитающимися им процентами. На сколько рублей первый приятель получил больше, чем второй? Результат округлите до сотых.

Ответ: .

# Модуль «Геометрия»

**15.**  $AA_1$  — медиана треугольника ABC . Точка  $C_1$  лежит на стороне AB , причём  $AC_1:C_1B=1:2$  . Отрезки  $AA_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке M . Найдите значение выражения  $\frac{AM}{MA_1}+\frac{CM}{MC_1}$  .

Ответ:

**16.** Найдите градусную меру меньшего угла между радиусами OA и OB окружности, если расстояние от центра O этой окружности до хорды AB вдвое меньше OA.

Ответ: \_\_\_\_\_

**17.** На диагонали BD параллелограмма ABCD взята точка K . Прямая AK пересекает прямые BC и CD в точках L и M соответственно. Найдите значение выражения  $\frac{AK^2}{LK\cdot KM}$  .

Ответ:

**18.** На продолжениях сторон треугольника ABC взяты точки  $A_{\!_1}$ ,  $B_{\!_1}$  и  $C_{\!_1}$  так, что  $\overrightarrow{AB_{\!_1}}=2\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC_{\!_1}}=2\overrightarrow{BC}$  и  $\overrightarrow{CA_{\!_1}}=2\overrightarrow{CA}$ . Найдите площадь треугольника  $A_{\!_1}B_{\!_1}C_{\!_1}$ , если известно, что площадь треугольника ABC равна 18.

Ответ:

- **19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.
  - 1) Если три угла одного треугольника равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
  - 2) Сумма смежных углов равна 180°.
  - 3) Любая медиана равнобедренного треугольника является его биссектрисой.

Ответ: \_\_\_\_\_

# Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

### Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему:

$$\begin{cases} x+y+z+t=2+6\sqrt{3} \\ xy+xz+xt+yz+yt+zt=24 \\ xyz+xyt+xzt+yzt=12\sqrt{3}-4 \\ xyzt=4 \\ x \le y \le z \le t \end{cases}$$

**21.** Вася перемножил несколько различных натуральных чисел из отрезка [23; 84].

Петя увеличил каждое из Васиных чисел на 1 и перемножил все полученные числа. В какое наибольшее целое число раз Петин результат может быть больше Васиного?

**22.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство:

$$x + \frac{7a^2 + a - 2}{x + a + 1} < 7a - 1$$

не имеет положительных решений.

### Модуль «Геометрия»

- **23.** Через точку M основания AB равнобедренного треугольника ABC проведена прямая, пересекающая одну из боковых сторон и продолжение другой боковой стороны в точках  $A_{\!_1}$  и  $B_{\!_1}$ . Найдите значение выражения  $\frac{A_{\!_1}A\cdot B_{\!_1}M}{A_{\!_1}M\cdot B_{\!_1}B}$ .
- **24.** Точки A , B и C таковы, что для любой четвертой точки M  $MA \leq MB$  или  $MA \leq MC$  . Докажите, что точка A лежит на отрезке BC .
- **25.** Дан треугольник ABC. На его сторонах внешним образом построены прямоугольники  $AA_2B_1B$ ,  $ACC_2A_1$  и  $BB_2C_1C$  таким образом, что все три отрезка  $A_1B_2$ ,  $A_2C_1$  и  $B_1C_2$  пересекаются в одной точке. Найдите сумму градусных мер углов  $AA_1C$ ,  $AB_1B$  и  $BC_1C$ .

Задание	1	2	3	4	S	6	/	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	234	63	39		1358					18496											3	[-1;-1/5]	1	15	180
$N_{0}20$ $(x; y; z; t) = (\sqrt{3}-1; \sqrt{3}-1; \sqrt{3}-1; 5+3\sqrt{3})$																									