

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №336

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

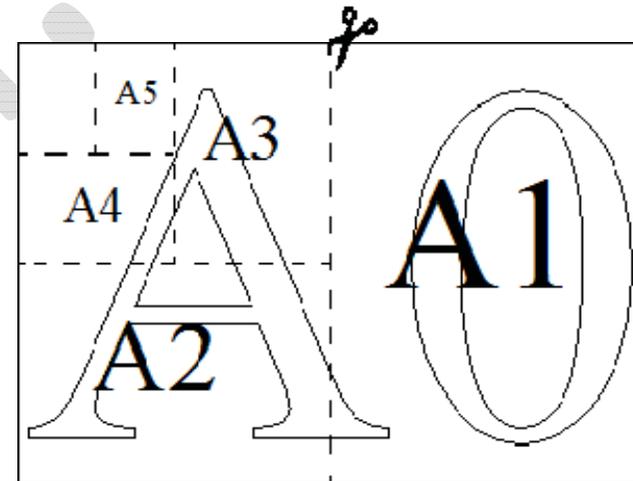
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.

Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

1. В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А0, А1, А3 и А4.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	297	210
2	420	297
3	1189	841
4	841	594

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Формат	А0	А1	А3	А4
Номер				

Ответ: _____.

2. Сколько листов формата А3 получится из одного листа формата А2?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в см²) листа бумаги формата А1.

Ответ: _____.

4. Найдите отношение длины большей стороны листа формата А2 к меньшей. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Бумагу формата А5 упаковали в пачки по 500 листов. Найдите массу (в граммах) пачки, если плотность бумаги равна 80 г/м².

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $3,6 - 4,1$.

Ответ: _____.

7. Сравните числа a и b , если $a = (7,3 \cdot 10^{-4}) \cdot (2 \cdot 10^{-4})$ и $b = 0,00000015$.

1) $a < b$

2) $a = b$

3) $a > b$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{a^2 + 4a}{a^2 + 8a + 16}$ при $a = -2$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $\frac{3x-2}{4} - \frac{x}{3} = 2$. В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: А, В, С и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу А?

Ответ: _____.

11. Найдите все такие значения x , при каждом из которых график функции $y = f(x)$ лежит ниже графика функции $y = g(x)$. Установите соответствие между функциями и найденными значениями x . В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(x) = 1 - \frac{4}{x-2}$, $g(x) = \frac{5}{x^2 - 4x + 4}$

Б) $f(x) = 1 - \frac{4}{x-3}$, $g(x) = \frac{5}{x^2 - 6x + 9}$

В) $f(x) = \frac{5x-2}{4x+3}$, $g(x) = \frac{6x-4}{5x+1}$

Г) $f(x) = x^2 + 3x - 4$, $g(x) = -x^2 + 5x + 8$

1) $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{5}\right) \cup (2; 5)$ 2) $(2; 3) \cup (3; 8)$ 3) $(1; 2) \cup (2; 7)$ 4) $(-2; 3)$

Ответ: _____.

12. Площадь трапеции S можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}(a+b)h$, где a , b — основания трапеции, h — высота. Пользуясь этой формулой, найдите высоту h , если основания трапеции равны 5 и 7, а её площадь 24.

Ответ: _____.

13. Решите неравенство $3 - x \geq 3x + 5$.

1) $(-\infty, -2]$ 2) $[-2, +\infty)$ 3) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ 4) $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. В амфитеатре 12 рядов. В первом ряду 20 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 9° . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

16. Найдите величину (в градусах) вписанного в окружность угла, опирающегося на хорду, равную радиусу окружности. В ответе запишите произведение найденных значений.

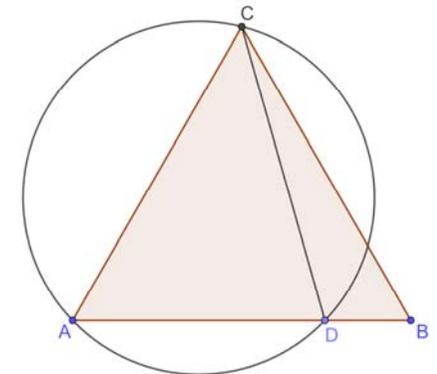
Ответ: _____.

17. Найдите меньший угол (в градусах) равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной CD углы, равные 30° и 105° соответственно.

Ответ: _____.

18. Дан правильный треугольник ABC . На стороне AB взята точка D . Через точки A , C и D проведена окружность ω . Площадь круга, ограниченного окружностью ω , равна 27π . Найдите длину отрезка CD .

Ответ: _____.



19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 37° , то эти две прямые параллельны.
- 2) Через любые три точки проходит не более одной прямой.
- 3) Сумма вертикальных углов равна 180° .

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите уравнение:

$$\frac{x}{x-4} - \frac{1}{x+1} = \frac{2-x}{x+1} + \frac{3}{x-4}.$$

21. Чтобы накачать в бак 117 л воды, требуется на 5 минут больше времени, чем на то, чтобы выкачать из него 96 л воды. За одну минуту можно выкачать на 3 л воды больше, чем накачать. Сколько литров воды накачивается в бак за минуту?

22. Постройте график функции $y = 2 - \frac{x^4 + 3x^3}{x^2 + 3x}$. Определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком этой функции ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

23. Каждое основание AD и BC трапеции $ABCD$ продолжено в обе стороны. Биссектрисы внешних углов A и B этой трапеции пересекаются в точке K , биссектрисы внешних углов C и D пересекаются в точке E . Найдите периметр трапеции $ABCD$, если длина отрезка KE равна 28.

24. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

25. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 24 и 26, а основание BC равно 8. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	3421	2	5000	1641	1250	-0,5	1	-1	6	0,75	3214	4	3	372	18	4500	45	9	12	3/2;3	9	(-∞;-7),(-7;2)	56	-	312

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №336

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

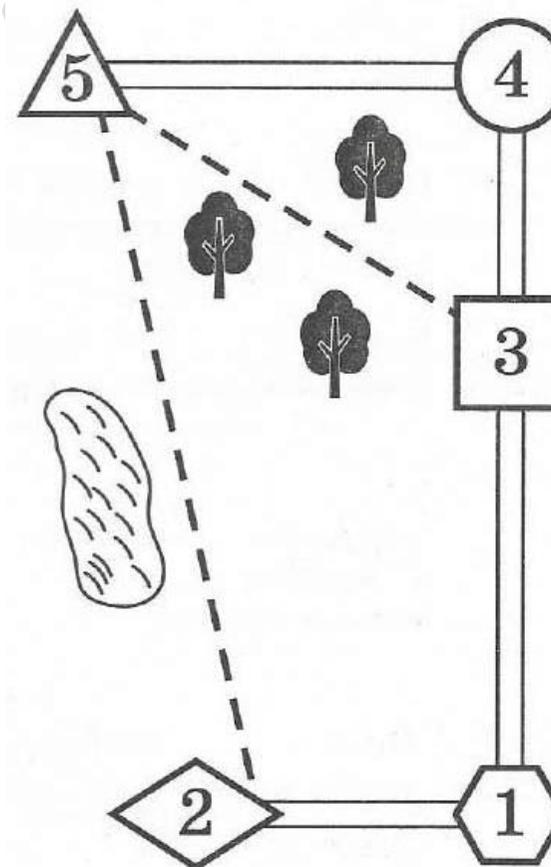
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Ваня летом отдыхает у дедушки и бабушки в деревне Николаевка. Ваня с дедушкой собираются съездить на велосипедах в село Игнатьево на железнодорожную станцию. Из деревни Николаевка в Игнатьево можно проехать по шоссе до деревни Сосновка, где нужно свернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Игнатьево через посёлок Дачный. Из деревни Николаевка в Игнатьево можно проехать через посёлок Дачный и не заезжая в Сосновку, но тогда первую часть пути надо будет ехать по прямой лесной дорожке. Есть и третий маршрут: доехать по прямой тропинке мимо озера до деревни Кулички и там, повернув налево, по шоссе добраться до Игнатьево. Шоссе, соединяющее Кулички и Игнатьево, и шоссе, соединяющее Дачный и Игнатьево, образуют прямой угол.

По шоссе Ваня с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – 15 км/ч. Расстояние по шоссе от деревни Николаевка до Сосновки равно 15 км, от Игнатьево до Сосновки – 24 км, от Игнатьево до Дачного – 16 км, а от Игнатьево до Куличек – 8 км.

1. Пользуясь описанием, определите, каким цифрами на плане (см. выше) обозначены населённые пункты. Заполните таблицу (см. ниже). В ответе запишите последовательность пяти цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	д. Николаевка	с. Игнатьево	д. Сосновка	п. Дачный	д. Кулички
Цифры					

Ответ: _____.

2. На сколько процентов скорость, с которой едут Ваня с дедушкой по тропинке, меньше их скорости по шоссе?

Ответ: _____.

3. Найдите расстояние (в км) от деревни Николаевка до посёлка Дачный по лесной дорожке.

Ответ: _____.

4. Сколько минут затратят на дорогу Ваня с дедушкой, если поедут на станцию через деревню Сосновка?

Ответ: _____.

5. Определите, на какой маршрут до станции потребуется меньше всего времени. В ответе укажите, сколько минут потратят на дорогу Ваня с дедушкой, если поедут этим маршрутом.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{14})^2}{10 + \sqrt{84}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + abc = 32$. Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$a + b + c.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 6

2) 7

3) 8

4) 9

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{\sqrt[3]{a+b}}{\sqrt[3]{a-b}} + \frac{\sqrt[3]{a-b}}{\sqrt[3]{a+b}} - 2\right) : \left(\frac{1}{\sqrt[3]{a-b}} - \frac{1}{\sqrt[3]{a+b}}\right) + \sqrt[3]{a-b}$,

если $a = 27,46$ и $b = 36,54$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3 \\ \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 3 \\ \frac{1}{xyz} = 1 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $-4x_1 + 5y_1 - 4z_1$, где $(x_1; y_1; z_1)$ – решение этой системы.

Ответ: _____.

10. Сколькими способами можно составить букет из 17 цветков, если в продаже имеются гвоздики, розы, гладиолусы, ирисы, тюльпаны и васильки?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f\left(\frac{x+1}{x}\right) = \frac{x}{x-1}.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(5)$ Б) $f(8)$ В) $f(6)$ 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{1}{6}$

Ответ: _____.

12. Длину окружности C можно вычислить по формуле $C = 2\pi R$, где R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус окружности, если её длина равна 76π .

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x}(x+1)}\right)^2 \leq \frac{4(1+\sqrt{1+4x})}{x+1+\sqrt{x^2+3x+2}}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left(-\infty; \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$

2) $\left[-\frac{1}{4}; 0\right) \cup \left[\frac{\sqrt{2}-1}{2}; +\infty\right)$

3) $\left[0; \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$

4) $\left[\frac{\sqrt{2}-1}{2}; +\infty\right)$

Ответ: _____.

14. В первый день больной заражает четырёх человек, каждый из которых на следующий день заражает новых четырех и так далее. На второй день больной изолируется и больше уже никого не заражает. Болезнь длится 14 дней. В первый день месяца в город N приехал заболевший гражданин K, и в этот же день он заразил четырех человек. В какой день станет 1365 заболевших? (В ответе укажите только число.)

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . В нём проведена высота $CH=12$. Найдите сумму длин радиусов окружностей, вписанных в треугольники ACH , BCH и ABC .

Ответ: _____.

16. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC . На его боковой стороне CB как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону основания $AB=2$ в точке M . Найдите длину отрезка AM .

Ответ: _____.

17. Найдите площадь четырехугольника, образованного серединами сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$, если известно, что площадь четырёхугольника $ABCD$ равна 10.

Ответ: _____.

18. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке P . Найдите значение выражения $\frac{S_{ADP} \cdot S_{BCP}}{S_{ABP} \cdot S_{CDP}}$, где S_{Φ} – площадь треугольника Φ .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 3) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+x}}} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+x}}} = 2x.$$

21. Возрастающие арифметические прогрессии $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ состоят из натуральных чисел. Какое наибольшее значение может принимать произведение $a_3 b_3$, если $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 \leq 300$?

22. Найдите все действительные значения параметра a , при каждом из которых среди корней уравнения:

$$\sin(2x) + 6a \cos x - \sin x - 3a = 0$$

найдутся два корня, модуль разности которых равен $\frac{3\pi}{2}$.

Модуль «Геометрия»

23. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Точки K и M – середины отрезков BD и EF соответственно. Найдите градусную меру угла AKM .

24. Точки B , C и D делят меньшую дугу AE окружности на четыре равные части таким образом, что $AB = BC = CD = DE$. Докажите, что $S_{ACE} < 8S_{BCD}$, где S_{Φ} – площадь треугольника Φ .

25. Дан треугольник ABC . На сторонах AB , AC и BC отмечены точки F , E и D соответственно таким образом, что $\angle DEC = 90^\circ$ и $\angle BAC = 2\angle BFD$. Известно, что $DC = BD + FA$ и $AE = BD + EC$. Найдите градусную меру угла BFD .

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	51432	25	17	117	116	2	1	4	-3	26334	132	38	4	5	12	1	5	1	23	$2\cos(8\pi/27)$	98	$\pm 1/6; \pm \sqrt{2}/6$	60	-	30