

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 405**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8    10 - 0,8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1.** Диагональ AC параллелограмма ABCD равна 21, а расстояние от вершины B до этой диагонали равно 12. Найдите площадь параллелограмма.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Один из углов осевого сечения конуса равен  $120^\circ$ , высота конуса равна 4. Найдите площадь основания конуса  $S_{осн}$ . В ответе запишите величину  $\frac{S_{осн}}{\pi}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Вероятность того, что мобильный телефон выйдет из строя в течение первого года службы, равна 0,2. Если телефон проработал какое-то время, то вероятность его поломки в течение следующего года не меняется – она по-прежнему равна 0,2. Найдите вероятность того, что такой новый телефон сломается, не прослужив трех полных лет после покупки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** В походе будут нужны 6 батареек для фонарей. Считая, что каждая батарейка может оказаться неисправной с вероятностью 0,02, определите, сколько батареек нужно взять, чтобы среди них оказалось хотя бы 6 исправных с вероятностью 0,95 или выше.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $2^{\log_3 x^2} \cdot 5^{\log_3 x} = 400$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите  $\sqrt{5} \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha$ , если  $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Прямая  $y = 7x + 28$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 - 21x + 3a$ . Найдите значение коэффициента  $a$ , если известно, что абсцисса точки касания положительна.

Ответ: \_\_\_\_\_.

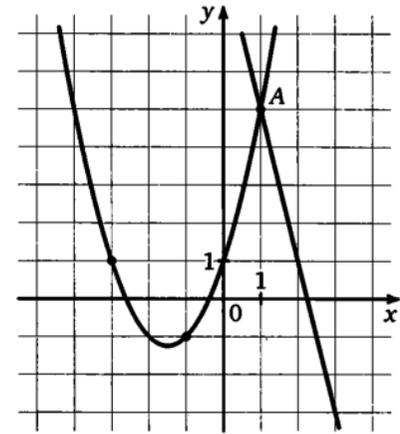
8. После дождя уровень воды в колодце повышается. Мальчик определяет его, измеряя время падения небольших камушков в колодец и вычисляя уровень воды  $h$  (в метрах) по формуле:  $h = L - 5t^2$ , где  $L$  – глубина колодца в метрах, а  $t$  – время падения камушков в секундах. До дождя время падения камушков составляло 0,8 секунды. Какова должна быть минимальная разница уровней воды до и после дождя, чтобы измеряемое время изменилось не меньше, чем на 0,3 секунды? Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Из А в В вышла машина с почтой. Через 20 минут по тому же маршруту вышла вторая машина, скорость которой 45 км/ч. Догнав первую машину, шофер передал пакет и немедленно поехал обратно с той же скоростью (время, затраченное на остановку и разворот, не учитывается). В тот момент, когда первая машина прибыла в В, вторая достигла лишь середины пути от места встречи ее с первой машиной до пункта А. Найдите скорость первой машины (в км/ч), если расстояние между А и В равно 40 км.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -4x + 9$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку минимума функции:  $y = (17 - 6\sqrt{x}) \cdot e^{1-x}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**12.** А) Решите уравнение  $\operatorname{ctg}^4 x = \cos^2 2x - 1$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[6\pi; 8\pi]$

**13.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 16, высота  $SH$  равна 10. Точка  $K$  – середина бокового ребра  $SA$ . Плоскость, параллельная плоскости  $ABC$ , проходит через точку  $K$  и пересекает ребра  $SB$  и  $SC$  в точках  $Q$  и  $P$  соответственно.

А) Докажите, что площадь четырехугольника  $BCPQ$  составляет  $\frac{3}{4}$  площади треугольника  $SBC$ .

Б) Найдите объем пирамиды  $KBCPQ$ ??.

**14.** Решите неравенство:

$$9^{\log_2(x-1)-1} - 8 \cdot 5^{\log_2(x-1)-2} > 9^{\log_2(x-1)} - 16 \cdot 5^{\log_2(x-1)-1}$$

**15.** В июле Анна планирует взять кредит на 3 года на целое число миллионов рублей. Два банка предложили Анне оформить кредит на следующих условиях:  
– в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на некоторое число процентов (ставка плавающая – может быть разным для разных годов);  
– в период с февраля по июнь каждого года действия кредита выплачиваются равные суммы, причем последний платеж должен погасить долг по кредиту полностью.  
В первом банке процентная ставка по годам составляет 10, 20 и 15 процентов соответственно, а во втором – 15, 10 и 20 процентов. Анна выбрала наиболее выгодное предложение. Найдите сумму кредита (в млн рублей), если эта выгода по общим выплатам по кредиту составила от 14 до 15 тысяч рублей.

**16.** В четырехугольнике  $ABCD$  противоположные стороны не параллельны. Диагонали четырехугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$  под прямым углом и образуют четыре подобных треугольника, у каждого из которых одна из вершин – точка  $O$ .

А) Докажите, что около четырехугольника  $ABCD$  можно описать окружность.

Б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырехугольник  $ABCD$ , если  $AC = 10$ ,  $BD = 26$ .

**17.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение:

$$\frac{\log_{0,4}(6x^2 - 13x + 5ax - 6a^2 - 13a + 6)}{\sqrt{2x - 3a + 4}} = 0$$

имеет единственный корень.

**18.** Трехзначное число, меньшее 910, поделили на сумму его цифр и получили натуральное число  $n$ .

А) Может ли  $n$  равняться 68?

Б) Может ли  $n$  равняться 86?

В) Какое наибольшее значение может принимать  $n$ , если все цифры ненулевые?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**