

Производная, её геометрический смысл. Первообразные.

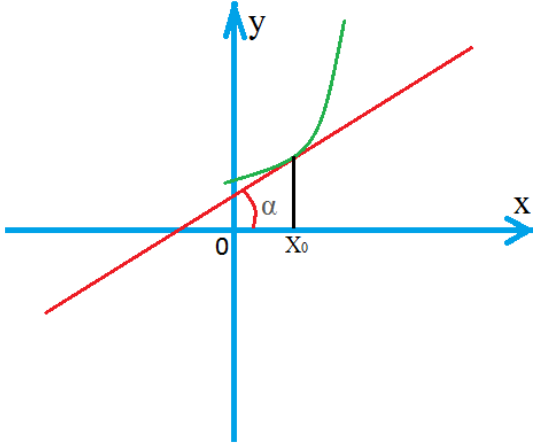
Таблица производных некоторых функций

Функция	Производная
C	0
Cx	C
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	$\frac{1}{\sin^2 x}$

Основные правила дифференцирования

$(f \pm g)' = f' \pm g'$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	$(f(g))' = f'(g) \cdot g'$

Геометрический смысл производной

	$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 1. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow$ $f(x)$ - возрастающая в точке 2. $f'(x) < 0 \Leftrightarrow$ $f(x)$ - убывающая в точке 3. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ $f(x)$ - имеет экстремум в точке x_0
---	--

Физический смысл производной

Если точка движется вдоль оси x и ее координаты изменяются по закону $x(t)$, то мгновенная скорость точки:

$$v(t) = x'(t)$$

а ускорение:

$$a(t) = v'(t) = x''(t)$$

Первообразная

Первообразной для функции $f(x)$ называется такая функция $F(x)$, для которой выполняется равенство: $F'(x) = f(x)$

Табличные значения

Функция	Производная
k	$kx + C$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

Площадь S фигуры, ограниченной осью Ox , прямыми $x=a$ и $x=b$ и графиком неотрицательной функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$, находится по формуле Ньютона-Лейбница

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

