

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

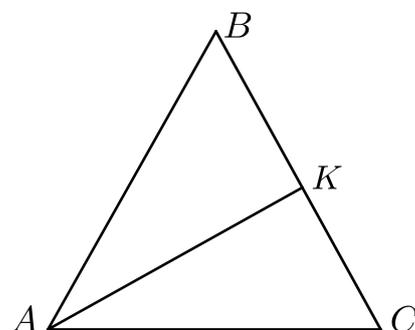
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AC$  и боковой стороной длины 7. Точка  $K$  на стороне  $BC$  такая, что  $KC = 3$ ,  $S_{ABC} = 14$ . Найдите площадь треугольника  $ABK$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Имеется банка в форме цилиндра. Из неё перелили сок в 40 цилиндрических стаканов. Диаметр одного стакана в 4 раза меньше диаметра банки. При этом уровень сока в каждом стакане оказался 8 см. Какой была высота уровня сока в банке? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 В сборнике 4 билета по теме "Механические колебания". Вероятность того, что ученику попадётся билет не по данной теме равна 0,9. Сколько всего билетов в сборнике?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Стрелок стреляет по мишеням 5 раз. Вероятность попадания каждым отдельным выстрелом равна 0,8. Во сколько раз вероятность события, что стрелок попадёт в цель 4 раза больше вероятности события, что он попадёт в цель 3 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{34 - 3x} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{7 - 4x} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения  $3^{-0,7} \cdot 3^{1,3} \cdot 9^{0,7}$ .

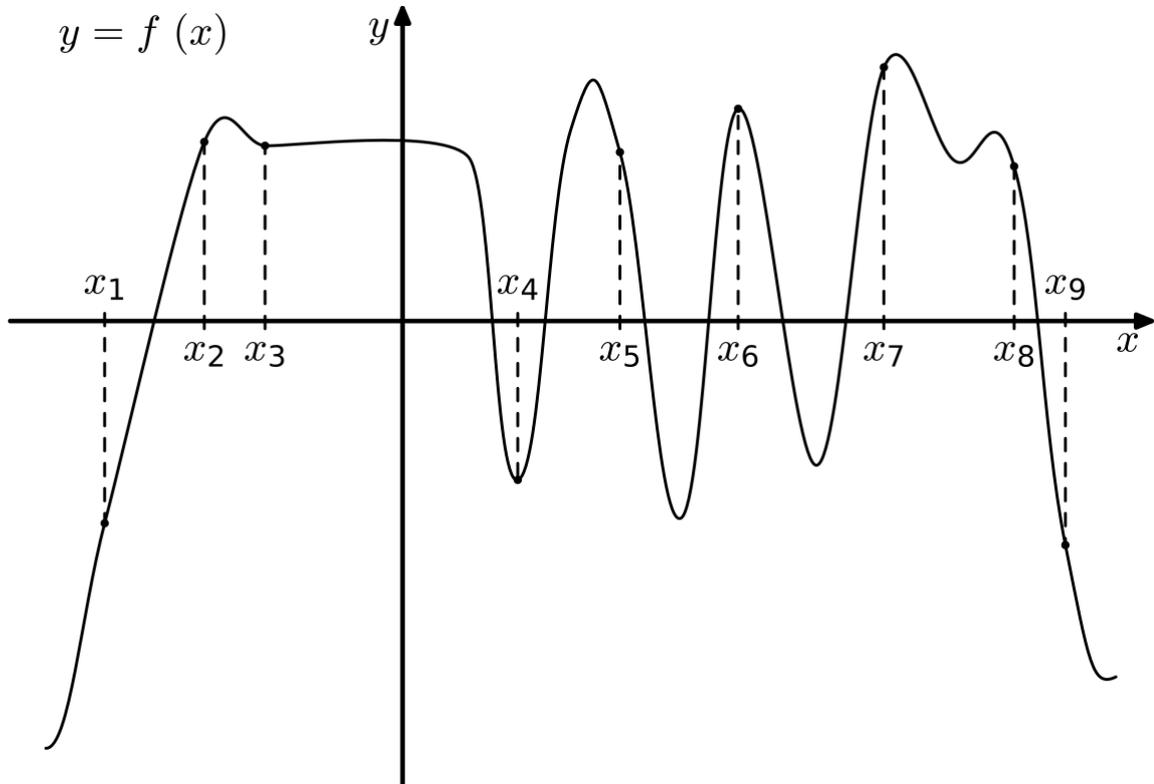
Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите значение выражения  $2^{-0,9} \cdot 2^{1,4} \cdot 8^{0,5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Дан график функции  $y = f(x)$ . Найдите количество точек, для которых  $f(x) \cdot f'(x) > 0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Полная энергия падающего тела вычисляется по формуле  $E_{\text{пол}} = \frac{mv^2}{2} + mgh$ . С какой скоростью двигалось тело массой 3 кг в момент, когда оно находилось на высоте 1,5 м, если его полная энергия в этот момент составляла 68,1 Дж? Ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Из двух городов, расстояние между которыми 720 км, выехали навстречу друг другу два поезда. Второй поезд выехал на час позже первого и едет со скоростью на 4 км/ч больше скорости первого. Поезда встретились ровно в середине пути. Найдите скорость первого поезда.

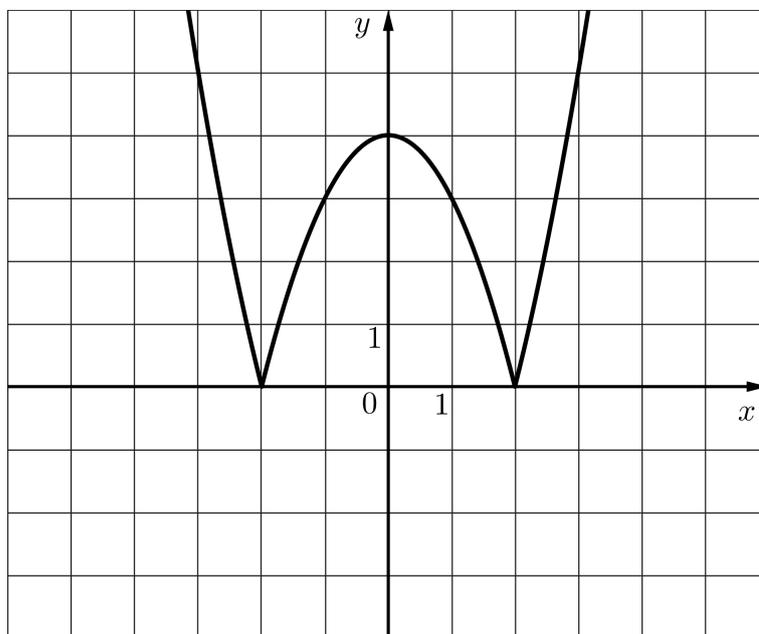
Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Из двух городов, расстояние между которыми 800 км, выехали навстречу друг другу два поезда. Второй поезд выехал на 2 часа позже первого и едет со скоростью на 10 км/ч больше скорости первого. Поезда встретились ровно в середине пути. Найдите скорость второго поезда.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Дан график  $f(x) = |ax^2 + bx + c|$ , где  $a, b, c$  – целые числа. Найдите  $f(4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{1}{\cos^2 x + 2 \cos x + 5}$  на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{1}{\cos^2 x - 2 \cos x + 11}$  на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$\frac{5 \cos(2x) - 3 \cos x + 1}{25 \sin^2 x - 9} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

13 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 3 : 2$ . Точка  $T$  - середина ребра  $B_1 C_1$ ,  $AA_1 = 10$  и  $AD = 6$ .

а) Докажите, что сечение параллелепипеда плоскостью  $ETD_1$  - равнобедренная трапеция.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $ETD_1$ , если  $AB = 2\sqrt{10}$ .

14 Решите неравенство

$$4^{\frac{2}{x}} + 3 \geq 4^{\frac{1+x}{x}}$$

ИЛИ

Решите неравенство

$$6^{-\frac{2}{x}} + 5 \geq 6^{\frac{x-1}{x}}$$

15 В банке можно открыть один из двух вкладов. По вкладу А в конце каждого из трёх лет начисляется по 20% от суммы вклада в начале года. По вкладу Б в конце каждого из первых двух лет начисляется по 22% от суммы вклада в начале года. При каком наименьшем целом количестве начисляемых за третий год процентов по вкладу Б, вклад Б будет выгоднее вклада А?

- 16** Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Квадрат  $CKNM$ , такой, что точки  $K$  и  $M$  лежат на катетах  $AC$  и  $BC$  соответственно, а  $N$  лежит на гипотенузе  $AB$ . Квадрат  $PQRT$  такой, что вершины  $P$  и  $Q$  лежат на  $AC$  и  $BC$ , а вершины  $T$  и  $R$  лежат на гипотенузе.
- а) Докажите, что точки  $C$ ,  $N$  и центры квадратов лежат на одной прямой.  
 б) Найти сторону квадрата  $PQRT$ , если  $AC = 12$  и  $BC = 5$ .

- 17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$a(a - 7,5) - 2(a - 7,5)(2^x + 2) \leq (2x^2 - 3x)(2^x + 2) - ax^2 + 1,5ax$$

имеет хотя бы 1 решение на промежутке  $[-1; 0)$ .

- 18** Пусть  $\{a_n\}$  – последовательность натуральных чисел. Обозначим  $M_{<C}(a_n)$  – среднее арифметическое всех членов последовательности  $\{a_n\}$ , которые меньше некоторого числа  $C$ . Число  $C$  лежит между наибольшим и наименьшим членами последовательности. Обозначим  $M_{\geq C}(a_n)$  – среднее арифметическое всех членов последовательности  $\{a_n\}$ , которые больше или равны  $C$ . Среднее арифметическое одного числа равно самому числу. Затем к каждому члену последовательности  $\{a_n\}$  прибавили 4 и получили новую последовательность, которую обозначили  $\{a_n + 4\}$ .
- а) Существует ли последовательность  $\{a_n\}$ , состоящая из трех членов, для которой  $M_{<79}(a_n + 4) < M_{<79}(a_n)$ ?
- б) Существует ли последовательность  $\{a_n\}$ , состоящая из трех членов, для которой  $M_{<79}(a_n + 4) < M_{<79}(a_n)$  и  $M_{\geq 79}(a_n + 4) < M_{\geq 79}(a_n)$ ?
- в) Известно, что среднее арифметическое всех членов последовательности  $\{a_n\}$  равняется 84,  $M_{\geq 79}(a_n) = 94$ ,  $M_{<79}(a_n) = 70$ ,  $M_{\geq 79}(a_n + 4) = 96$  и  $M_{<79}(a_n + 4) = 72$ . Какое наименьшее число членов может быть в последовательности  $\{a_n\}$ ?



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

⇒ Разбор варианта от Профиматики

