Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже <u>образцу</u> в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: <u>-0,8</u>.

10-0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^{2}\alpha + \cos^{2}\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha$$

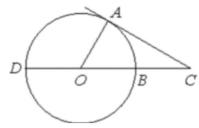
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Ответом к заданиям 1—11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Угол *ACO* равен 28°. Его сторона *CA* касается окружности с центром в точке *O*. Сторона *CO* пересекает окружность в точках *B* и *D* (см. рис.). Найдите градусную меру дуги *AD* окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ______.

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает ²/₃ высоты. Объём жидкости равен 144 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: _____

3 Фабрика выпускает сумки. В среднем 19 сумок из 160 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.

Ответ: .

4 Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,5 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,7?

Ответ: ______.

5 Найдите корень уравнения

 $\sqrt[3]{x+3} = 5$.

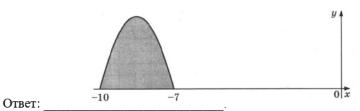
Ответ: _______.

6 Найдите значение выражения

 $log_{\frac{1}{13}}\sqrt{13}.$

Ответ: ______.

На рисунке изображён график некоторой функции y=f(x). Функция $F(x)=-\frac{4}{9}x^3-\frac{34}{3}x^2-\frac{280}{3}x-\frac{18}{5}$ одна из первообразных функции f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.



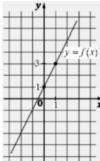
Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0=24\,\mathrm{m/c}$, начал торможение с постоянным ускорением $a=3\,\mathrm{m/c^2}$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S=v_0t-\frac{at^2}{2}(\mathrm{m})$. Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ:

9 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: .

10 На рисунке изображён график функции вида f(x) = kx + b. Найдите значение f(5).



Ответ:			

11 Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{2x} - 4e^x + 4$$
 на отрезке $[-1; 2]$.

Ответ:

He забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12—18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$$

- Различные точки *A*, *B* и *C* лежат на окружности основания конуса с вершиной *S* так, что отрезок *AB* является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60°.
 - а) Докажите, что $\cos \angle ASC + \cos \angle BSC = 1.5$.
 - б) Найдите объём тетраэдра SABC, если SC=1, $\cos \angle ASC=\frac{2}{3}$.
- 14 Решите неравенство

$$\log_3^2(x^2 - 16) - 5\log_3(x^2 - 16) + 6 \ge 0.$$

- В июле планируется взять кредит на сумму 6 409 000 рублей. Условия его возврата таковы:
 - каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

РЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220912

В выпуклом четырёхугольнике ABCD точки K, L, M и N — середины сторон 16 AB, BC, CD и AD соответственно.

Площади четырёхугольников ABLN и NLCD равны, а площади четырёхугольников КВСМ и АКМО относятся как 11:17.

МАТЕМАТИКА. Профильный уровень

- а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
- б) Найдите отношение BC к AD.
- Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение 17

$$\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$$

имеет ровно три различных корня.

- В шахматы можно выиграть, проиграть или сыграть вничью. Шахматист 18 записывает результат каждой сыгранной им партии и после каждой партии подсчитывает три показателя: «победы» - процент побед, округлённый до целого, «ничьи» - процент ничьих, округлённый до целого, и «поражения», равные разности 100 и суммы показателей «побед» и «ничьих». (Например, число 13,2 округляется до 13, число 14,5 округляется до 15, число 16,8 округляется до 17).
 - а) Может ли в какой-то момент показатель «побед» равняться 17, если было сыграно менее 50 партий?
 - б) Может ли после выигранной партии увеличится показатель «поражений»?
 - в) Одна из партий была проиграна. При каком наименьшем количестве сыгранных партий показатель «поражений» может быть равным 1?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1-11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	118
2	342
3	0,88
4	2
5	122
6	-0,5
7	6
8	6
9	30
10	11
11	0
12	a) $\pi + 2\pi n$, $-\frac{\pi}{3} + 4\pi k$, $\frac{\pi}{3} + 4\pi m$; $n, k, m \in \mathbb{Z}$ 6) -3π ; $-\frac{11\pi}{3}$
13	$\frac{\sqrt{6}}{36}$
14	$\left(-\infty; -\sqrt{43}\right] \cup \left[-5; -4\right) \cup \left(4; 5\right] \cup \left[\sqrt{43}; +\infty\right)$
15	3 817 125
16	2:5
17	$[-2;-1) \cup (-1;1) \cup (1;2]$
	а) да
18	б) да
	в) 51

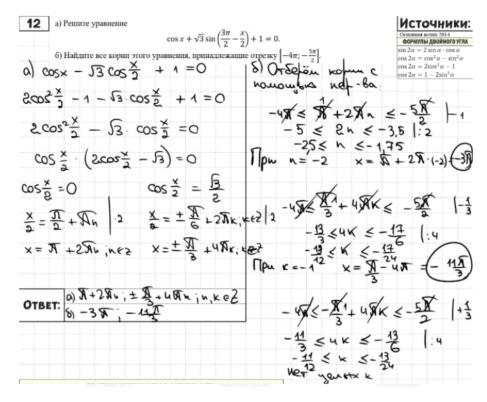
Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

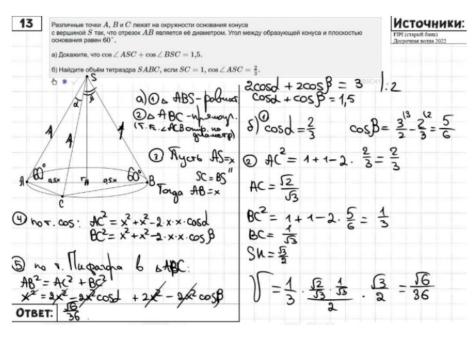
Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

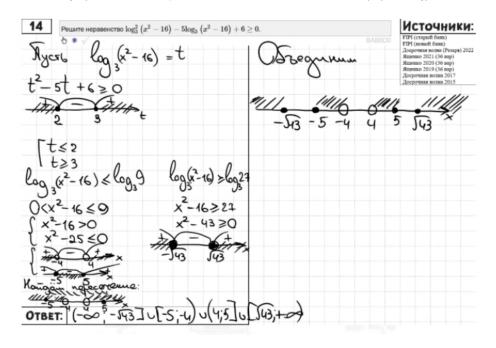
При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



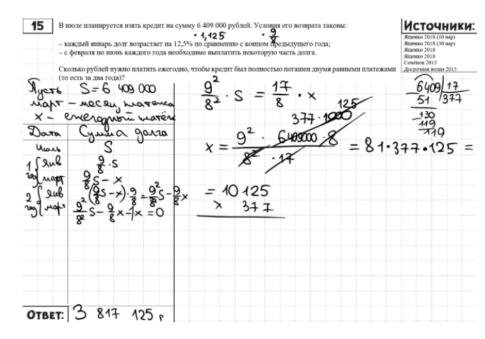
Содержание критерия	Баллы	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах		
Обоснованно получен верный ответ в пункте а		
или		
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но		
при этом имеется верная последовательность всех шагов		
решения обоих пунктов: пункта а и пункта б		
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0	
перечисленных выше	U	
Максимальный балл	2	



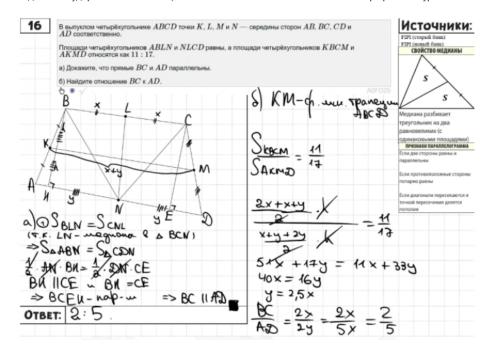
Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте δ	3
Получен обоснованный ответ в пункте δ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , $UJII$ при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, $UJII$ обоснованно получен верный ответ в пункте δ с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Содержание критерия			
Обоснованно получен верный ответ	2		
Верно построена математическая модель	1		
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0		
перечисленных выше	U		
Максимальный балл	2		



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и	3
обоснованно получен верный ответ в пункте б	
Получен обоснованный ответ в пункте б	
ИЛИ	
имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при	2
обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за	
арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта а,	
или	
при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ	
из-за арифметической ошибки,	1
или	
обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием	
утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0
перечисленных выше	
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$		ИСТОЧНИКИ: FIPI (стярый банк) FIPI (новый банк)
имеет ровно три различных корня.		Основная волна 2016
Q x2 +ax +1 ≥0	(a \$1	,)
(2) $3x^2 + 2ax + 1 = (x^2 + ax + 1)^2$	1 a≠-1 (>a	チェイン
0 0	(a-nosoe	
Penny pobreme @		
3x2+3xx+1=x4+2x2. (0x+1)+02x+2	131 Manger hom bake	ux Q. The
$3x^2 = x^0 + 20 \cdot x^3 + 2x^2 + \alpha^2 x^2$	come godietoper	hol-By (1)
$x^4 + 20 x^3 - x^2 + a^2 x^2 = 0$	M. M.	7
$x^{2} \cdot (x^{2} + 2\alpha x - 1 + \alpha^{2}) = 0$	X=0 x=1-a	1 x=-a-1
$x^{2} \cdot ((x + \alpha)^{2} - 1) = 0$	02+a.0+1>0 (1-a)2+a.(1-a)+1	>0 (-a-17+a(-a-1)41
$x^{2}(x+\alpha-1)(x+\alpha+1)=0$	a-10000 1-20+2+12	0 2/ 2 50
	(0 <2)	07/1241/18-410
$X=0$ $X=1-\alpha$ $X=-\alpha-1$		$(\alpha \geqslant -2)$
Cross bee The works Some pogs.	T ()	
(1-0 +0	Mongraen 0 \$ ±1	
J-a-1 #0	° 1 ∝≼ 2	
L1-a≠-a-1	(0≥ -2	
OTBET: [-2-1) v (-1.1) v (1.2)		
212211 12 -1110/ 1110/1107		

Содержание критерия	
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

МАТЕМАТИКА. Профильный уровень

Содержание критерия	Баллы	
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл)	4	
результаты	_ +	
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	3	
результатов	3	
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	2	
результатов	2	
Верно получен один из следующих результатов:		
– обоснованное решение пункта <i>a</i> ;		
 обоснованное решение пункта б; 		
 искомая оценка в пункте в; 		
– пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей		
оценки		
Решение не соответствует ни одному из критериев,		
перечисленных выше	0	
Максимальный балл	4	

ЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952) «82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...> В случае существенного расхожления в баллах, выставленных лвумя

МАТЕМАТИКА. Профильный уровень

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.
- 2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.
- 3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.