



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

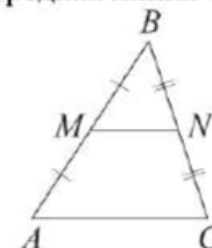
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

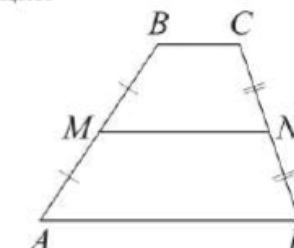
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



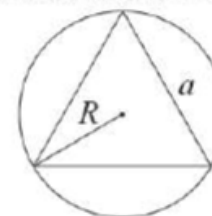
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

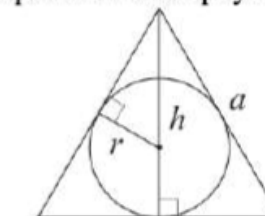
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



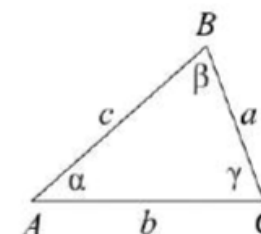
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



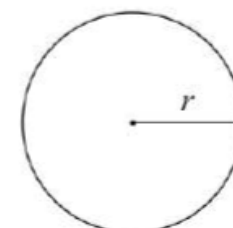
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

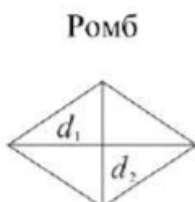


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



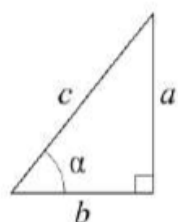
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$ Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина 3 м, ширина 2,6 м, высота 2,2 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

Печь	Тип	Отапливаемый объём, куб. м	Масса, кг	Цена, руб.
Орion	дровяная	8-18	72	15000
Огонёк	дровяная	6-16	85	23000
Плутон	электрическая	14-20	25	18000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведение специального кабеля, что обойдётся в 6000 руб. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 3100 киловатт-часов электроэнергии по 4 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 3 куб. м дров, которые обойдутся по 1500 руб. за 1 куб. м.

- 1 Найдите объём парного отделения строящейся бани (в куб. м).

Ответ: _____.

- 2 На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.



- 3 На сколько рублей эксплуатация дровяной печи, которая подходит по отопляемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле эксплуатации электрической в течение года?

Ответ: _____.

- 4 Доставка печи из магазина до участка стоит 800 рублей. При покупке печи ценой выше 20000 рублей магазин предлагает скидку 5% на товар и 20% на доставку. Сколько будет стоить покупка печи «Огонёк» вместе с доставкой на этих условиях?

Ответ: _____.

- 5 Хозяин выбрал дровяную печь. Чертёж печи показан на рис. 2. Размеры указаны в см.

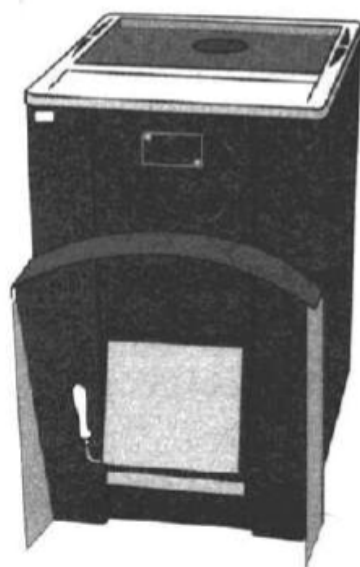


Рис. 1

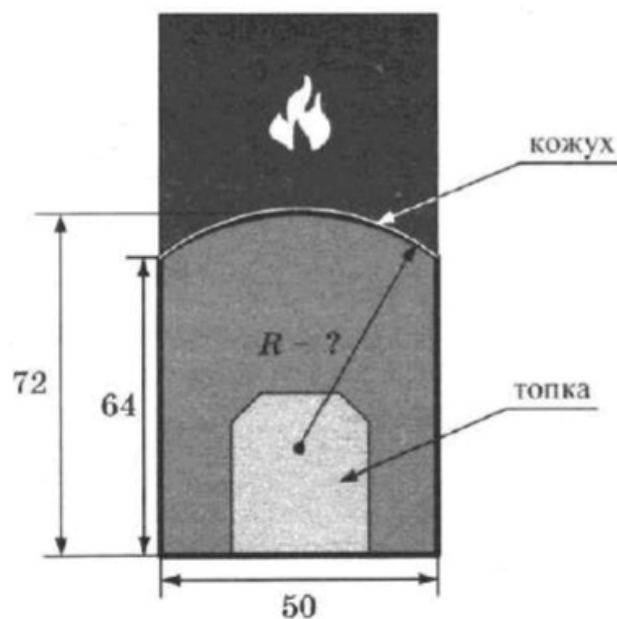


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис.). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха показаны на рисунке. Найдите радиус в сантиметрах; ответ округлите до десятых.

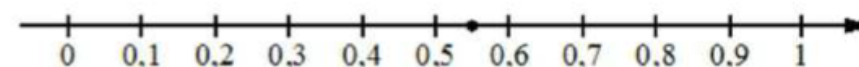
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{25} - \frac{7}{50}$$

Ответ: _____.

- 7 Одно из чисел $\frac{5}{9}$; $\frac{11}{9}$; $\frac{13}{9}$; $\frac{14}{9}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1) $\frac{5}{9}$
- 2) $\frac{11}{9}$
- 3) $\frac{13}{9}$
- 4) $\frac{14}{9}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{\frac{5}{n^6}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}$$

при $n = 64$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$x^2 - 9 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

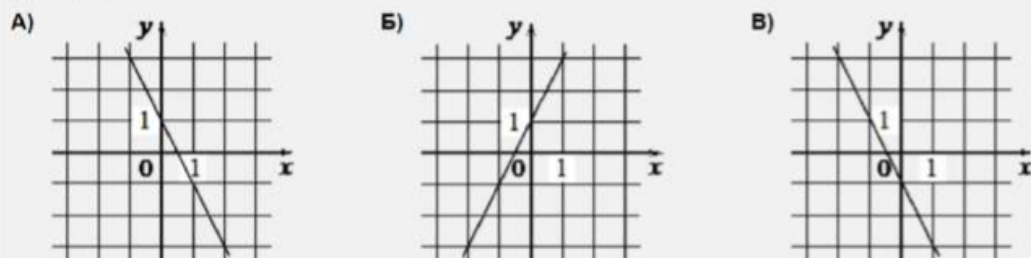


- 10 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.

Ответ: _____.

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = -2x - 1$

2) $y = -2x + 1$

3) $y = 2x + 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 12 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 147 Вт, а сила тока равна 3,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 13 Укажите решение неравенства

$$x^2 - 49 < 0.$$

- 1) нет решений
- 2) $(-\infty; +\infty)$
- 3) $(-7; 7)$
- 4) $(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$

Ответ:

- 14 В амфитеатре 20 рядов. В первом ряду 16 мест, а в каждом следующем — на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

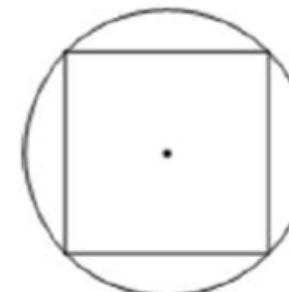
Ответ: _____.

- 15 Один из углов прямоугольной трапеции равен 64° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

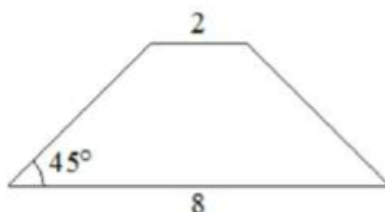
- 16 Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Ответ: _____.

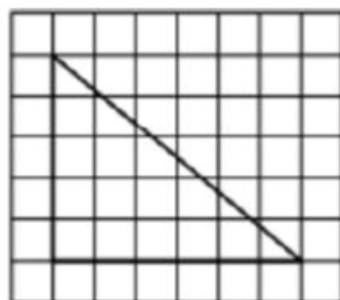


- 17 В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$x^3 + 3x^2 = 16x + 48.$$

- 21 Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

- 22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1,5x + 4,5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 7,5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- 23 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 42$, $BC = 14$, $CF : DF = 4 : 3$.

- 24 Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

- 25 Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 19$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 7.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	17,16
2	9000
3	7900
4	22490
5	43,1
6	-0,1
7	1
8	8
9	-3
10	0,35
11	231
12	12
13	3
14	700
15	116
16	4
17	15
18	6
19	23
20	-4; -3; 4
21	14
22	-1,5; 0
23	30
24	■
25	266

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$.

750F66

$$\begin{aligned}
 x^2 \cdot (x+3) &= 16 \cdot (x+3) \\
 x^2 \cdot (x+3) - 16 \cdot (x+3) &= 0 \\
 (x+3) \cdot (x^2 - 16) &= 0 \\
 (x+3) \cdot (x-4) \cdot (x+4) &= 0
 \end{aligned}$$

$$x = -3 \quad \text{или} \quad x = 4 \quad \text{или} \quad x = -4$$

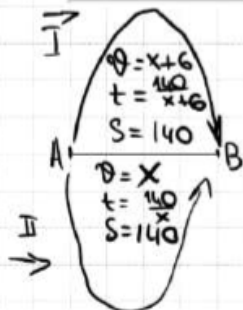
Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $\pm 4 ; -3$

21

Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

70D39F



$$\begin{aligned}
 t_{\text{медл}} - t_{\text{быстр}} &= 3 \\
 \frac{140}{x} - \frac{140}{x+6} &= 3 \\
 \frac{140 \cdot x + 140 \cdot 6 - 140x}{x^2 + 6x} &= 3 \cdot \frac{1}{1} \quad | : 3 \\
 280 &= x^2 + 6x \\
 x^2 + 6x - 280 &= 0 \\
 D &= 36 + 1120 = 1156 = 34^2 \\
 x &= \frac{-6 \pm 34}{2}
 \end{aligned}$$

$$x = 14$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 14

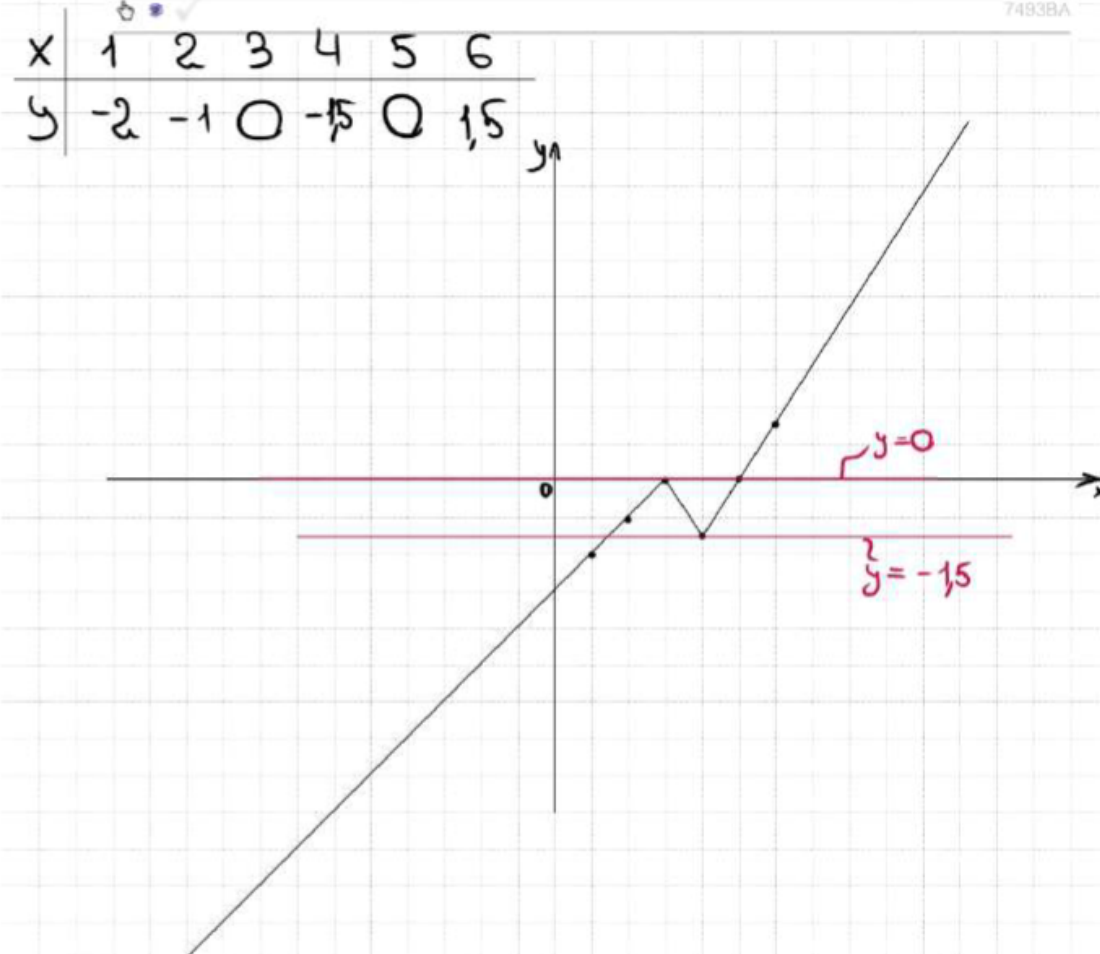
22

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1,5x + 4,5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 7,5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

7493BA



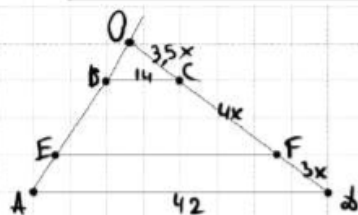
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $-1,5 ; 0$ 

23

Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 42$, $BC = 14$, $CF : DF = 4 : 3$.

55CB45



$\textcircled{1} AB \cap CD = O$
 $\textcircled{2} \triangle AOD \sim \triangle BOC$ по 2 углам
 $\frac{3 \cdot 42}{14} = \frac{7x + OC}{OC}$
 $3OC = 7x + OC$
 $2OC = 7x$
 $OC = 3,5x$
 $\textcircled{3} \triangle AOD \sim \triangle OEF$ по 2 углам
 $\frac{42}{EF} = \frac{10,5x}{7,5x}$

$$EF = \frac{42 \cdot 7,5}{10,5} = 30$$

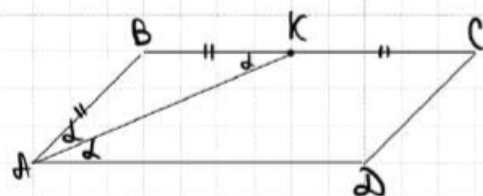
ОТВЕТ: 30

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

079233



$\triangle ABK$ — равнобедр. (по усл.)
 Пусть $\angle BAK = \alpha = \angle BKA$

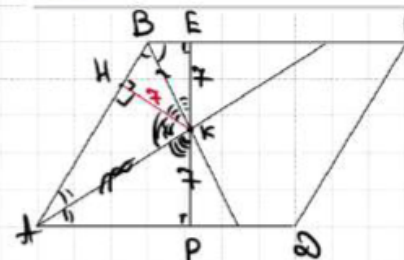
$\angle DAK = \angle BKA$ (как внешние)
 $\Rightarrow AK$ — биссектриса

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 19$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 7.

97CB7B



Пусть PK — высота n -на
 $\triangle BEK = \triangle KBK$ по 1ст и 2 углам
 $\Rightarrow KK = EK = 7$

$\triangle AKK = \triangle AKP$ по 1ст и 2 углам
 $KK = KP = 7$

$$S_{ABCD} = 19 \cdot (7 + 7) = 266$$

ОТВЕТ: 266

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.