

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №343

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

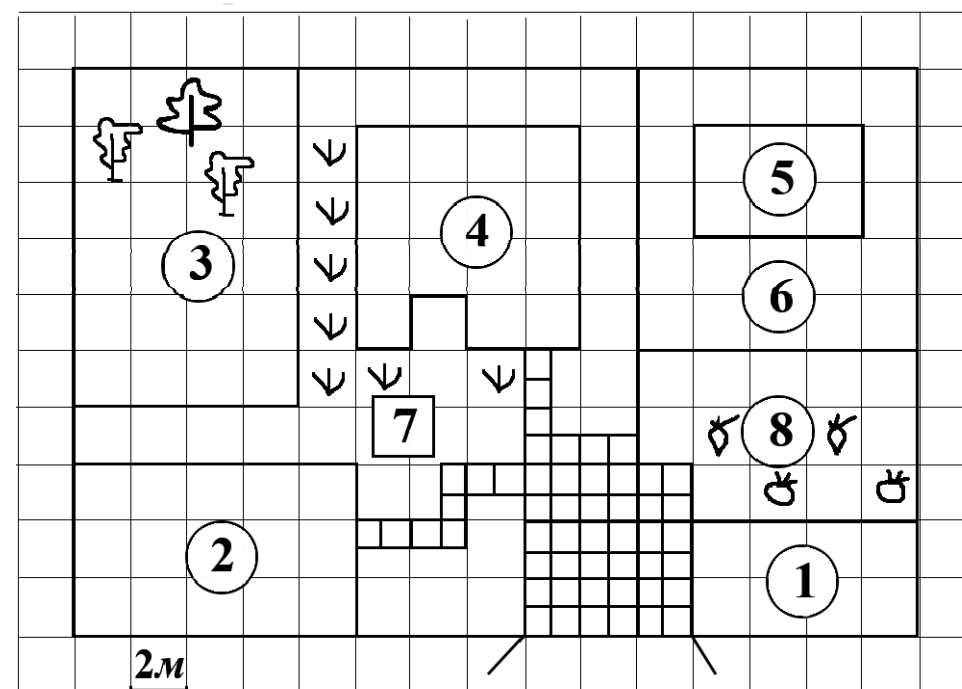
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



  **фруктовые деревья**
  **огород (свёкла, морковь)**

На плане (см. рис. выше) изображён дачный участок. Участок имеет прямоугольную форму. Въезд и выезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится мастерская хозяина дома, а справа расположен виноградник, отмеченный на плане цифрой 1. Площадь, занятая виноградником, равна 32 м².

Жилой дом находится в глубине территории и обозначен на плане цифрой 4. Помимо мастерской, жилого дома и виноградника, на участке имеется площадка для отдыха с зоной для барбекю и беседкой, расположенной справа от входа в дом. На участке также растут фруктовые деревья. Около дома высажены цветы, а также расположен декоративный пруд площадью 4 м² с золотыми рыбками и кувшинками. Между виноградником и площадкой для отдыха находится огород.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 50 см × 50 см. Сразу за воротами при въезде на участок расположена площадка для автомобиля площадью 36 м², вымощенная такой же плиткой.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	жилой дом	пруд	беседка	мастерская
Цифры				

Ответ: _____.

2. Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку для автомобиля?

Ответ: _____.

3. Найдите периметр (в метрах) основания жилого дома.?

Ответ: _____.

4. На сколько процентов площадь, которую занимает беседка, меньше площади, которую занимает мастерская?

Ответ: _____.

5. Хозяин участка решил покрасить весь забор вокруг участка (только с внешней стороны). Площадь забора, которую необходимо покрасить, равна 244 м². Купить краску можно в одном из двух ближайших магазинов. Цена и характеристика краски и стоимость доставки заказа даны в таблице (см. ниже).

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

Магазин	А	Б
Расход краски (кг/м ²)	0,27	0,33
Масса краски (кг/банка)	25	10
Стоимость краски (руб./банка)	6 700	2 400
Стоимость доставки (руб./заказ)	800	600

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{11}{4,4 \cdot 2,5}$.

Ответ: _____.

7. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $y - x > z$?

- 1) $y > x + z$ 2) $y - x - z < 0$ 3) $z + x - y < 0$ 4) $y - z > x$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{x^2 - 4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x + 2}$ при $x = 4$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение:

$$x^2 - 3x - 4 = 0.$$

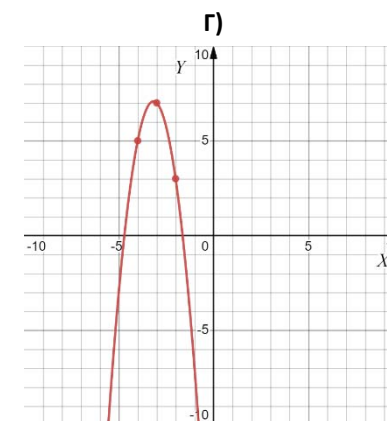
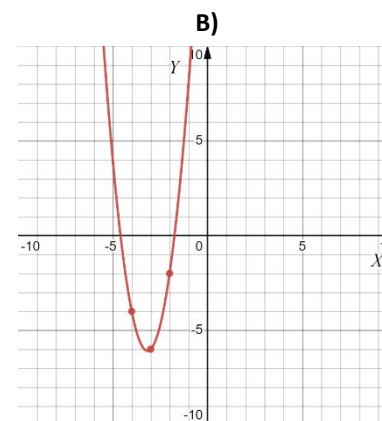
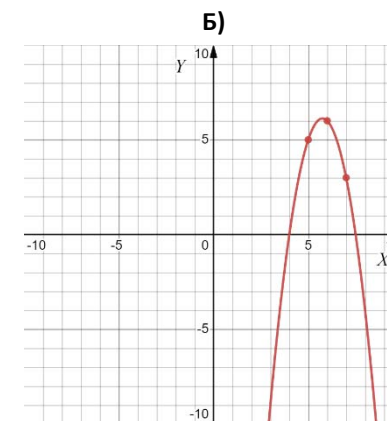
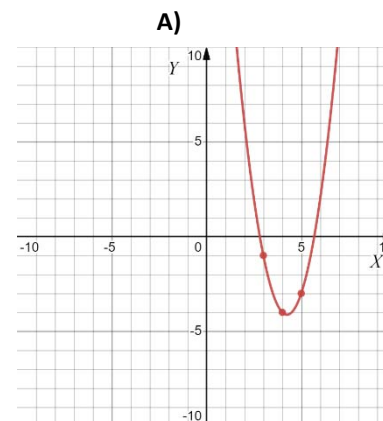
В ответе запишите значение выражения $5x_1 + 2x_2$, где x_i – корень уравнения, причём $x_1 < x_2$.

Ответ: _____.

10. В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: _____.

11. Даны четыре графика различных функций вида $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, на которых отмечены по три точки с целыми координатами. Установите соответствие между графиками и значениями c . В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



1) $c = -60$

2) $c = 24$

3) $c = 32$

4) $c = -23$

Ответ: _____.

12. Полную механическую энергию тела (в джоулях) можно вычислить по формуле

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh, \text{ где } m \text{ — масса тела (в килограммах), } v \text{ — его скорость (в м/с), } h \text{ —}$$

высота положения центра масс тела над произвольно выбранным нулевым уровнем (в метрах), а g — ускорение свободного падения (в м/с^2). Пользуясь этой формулой, найдите h (в метрах), если $E = 250$ Дж, $v = 5$ м/с, $m = 4$ кг, а $g = 10$ м/с^2 .

Ответ: _____.

13. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3x + 12 \geq 0 \\ x + 3 \leq 1 \end{cases}.$$

1) $(-\infty; -4]$

2) $[-4; 2]$

3) $[-4; -2]$

4) $[-2; +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 3 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 80 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 20$, $\text{tg } A = \frac{\sqrt{65}}{4}$. Найдите AB .

Ответ: _____.

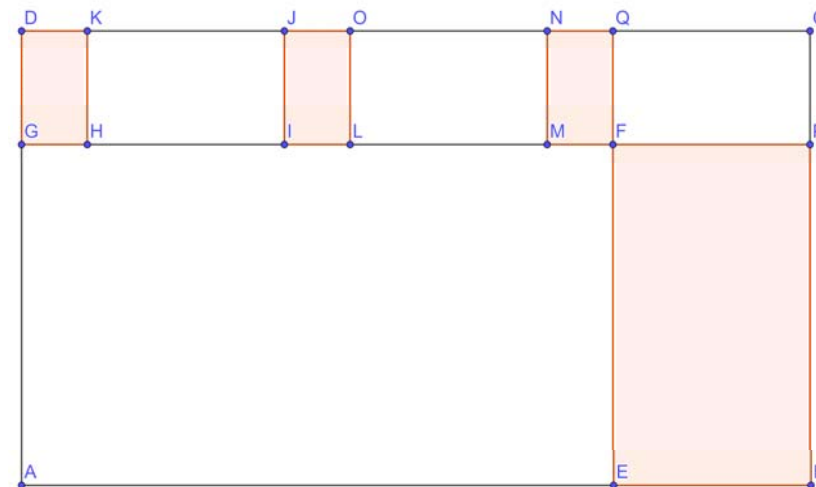
16. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 155^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

17. Одна из сторон параллелограмма равна 15, другая равна 6, а тангенс одного из углов равен $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Найдите площадь параллелограмма.

Ответ: _____.

18. Даны 9 попарно подобных прямоугольников $ABCD$, $AEFG$, $EBPF$, $HIJK$, $LMNO$, $FPCQ$, $GHKD$, $ILOJ$, $MFQN$ (см. рис.). Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если известно, что сумма площадей прямоугольников $EBPF$, $GHKD$, $ILOJ$, $MFQN$ равна 2.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если угол равен 47° , то смежный с ним равен 153° .
- 2) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
- 3) Через любую точку проходит ровно одна прямая.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Найдите значение выражения $\left(\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3}\right) : \frac{2x}{9-x^2}$ при $x = \sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

21. Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние (в км) от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

22. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 2,25)(x+1)}{-1-x}$. Определите, при каких

значениях a прямая $y = ax + 1$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

23. В трапеции $ABCD$, не являющейся параллелограммом, боковые стороны AB и CD равны, CH — высота, проведённая к большему основанию AD . Найдите длину отрезка HD , если средняя линия KM трапеции равна 16, а меньшее основание BC равно 4.

24. Дан правильный восьмиугольник. Докажите, что если его вершины последовательно соединить отрезками через одну, то получится квадрат.

25. В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC . К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE . Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	4752	17	36	60	20900	1	2	0,25	3	0,65	3124	5	3	243	45	25	30	8	2	-6	8	$\{-\sqrt{13}; \sqrt{13}; 17/4\}$	12	-	9

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №343

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

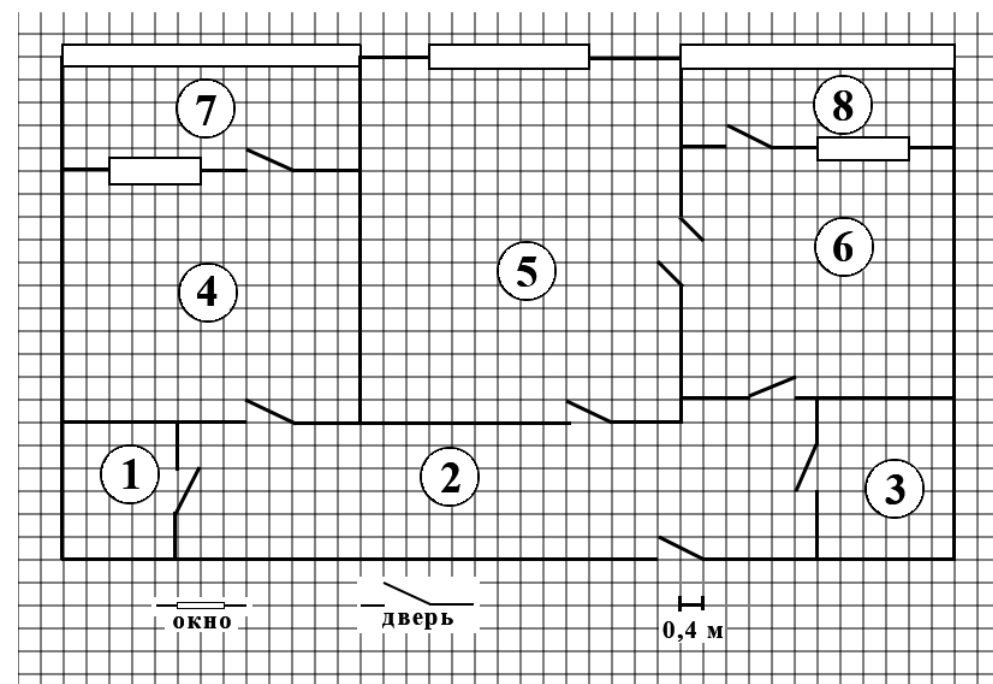
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Внизу рисунка даны обозначения окна и двери, а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,4 м. Вход в квартиру находится в прихожей. В квартире есть две застеклённые лоджии: меньшая из них примыкает к

кухне, большая – к спальне. На улицу также выходит окно гостиной. Кроме указанных помещений в квартире есть ещё санузел и кладовая, причём площадь санузла больше площади кладовой.

1. Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность пяти цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Помещения	спальня	гостиная	прихожая	кладовая	кухня
Цифры					

Ответ: _____.

2. Найдите ширину (в см) окна гостиной.

Ответ: _____.

3. Паркетная доска размером 20 см × 40 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок паркетной доски нужно купить, чтобы выложить пол спальни?

Ответ: _____.

4. Сколько процентов составляет площадь гостиной от площади всей квартиры? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. В квартире планируется установить стиральную машину. Характеристики стиральных машин, условия подключения и доставки приведены в таблице (см. ниже). Планируется купить стиральную машину с фронтальной загрузкой вместимостью не менее 6 кг. Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый подходящий вариант вместе с подключением и доставкой?

Модель	Вместимость барабана (кг)	Тип загрузки	Стоимость машины (руб.)	Стоимость подключения (руб.)	Стоимость доставки (% от стоимости машины без доставки)	Габариты (высота × ширина × глубина) (см)
А	7	верт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Б	5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 40
В	5	фронт.	25 000	5 000	10	85 × 60 × 40
Г	6,5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 44
Д	6	фронт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Е	6	верт.	27 600	2 300	0	89 × 60 × 40
Ж	6	верт.	27 585	1 900	10	89 × 60 × 40
З	6	фронт.	20 000	6 300	15	85 × 60 × 42
И	5	фронт.	27 000	1 800	0	85 × 60 × 40
К	5	верт.	27 000	1 800	0	85 × 60 × 40

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $11^7 \cdot 4^5 : 44^4$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c, d – действительные положительные числа. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\left(\frac{a^2+d^2}{a+d}\right)^3 + \left(\frac{b^2+c^2}{b+c}\right)^3 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^3 - \left(\frac{c+d}{2}\right)^3.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

- 1) 0 2) -1 3) -2 4) -3

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(6a^2 + 5a - 1 + \frac{a+4}{a+1}\right) : \left(3a - 2 + \frac{3}{a+1}\right)$ при $a = -5$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α и $\sqrt[3]{-125} = -5$):

$$\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0.$$

В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. Сколькими способами число 17 можно представить в виде суммы 5 целых неотрицательных слагаемых? Представления, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными.

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{4}\right) = 4x^4 + 4x^3 + x^2.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- | | | |
|------------|-----------|-----------|
| А) $f(-5)$ | Б) $f(9)$ | В) $f(2)$ |
| 1) 64 | 2) 1296 | 3) 400 |

Ответ: _____.

12. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$, где b и c – стороны треугольника, а α – угол между этими сторонами. Пользуясь этой формулой, найдите площадь треугольника, если $\alpha = 30^\circ$, $c = 5$, $b = 6$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$(x^2 + 3x - 16)(x^2 + 7x - 6) \geq -72.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $x \in \left[-7; \frac{-5 - \sqrt{73}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{73} - 5}{2}; 2\right]$

2) $x \in (-\infty; 7] \cup [2; +\infty)$

3) $x \in (-\infty; 7] \cup \left[\frac{-5 - \sqrt{73}}{2}; \frac{\sqrt{73} - 5}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

4) $x \in [-7; 2]$

Ответ: _____.

14. Диаметры пяти шкивов, насаженных на общий вал, образуют арифметическую прогрессию. Сумма диаметров первого и третьего шкивов составляет 26,8 см, а второго и четвёртого — 31,6 см. Сколько сантиметров составляет диаметр наибольшего шкива?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC проведена высота AD . Пусть M — произвольная точка на отрезке AD . Найдите значение выражения $\frac{AB^2 - AC^2}{BM^2 - CM^2}$.

Ответ: _____.

16. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке P . Длина отрезка, соединяющего вершину C с точкой M , являющейся серединой отрезка AD , равна $5(3\sqrt{6} + 2)$. Расстояние от точки P до отрезка BC равно $2(3\sqrt{6} + 2)$ и $AP = 4(3\sqrt{6} + 2)$. Найдите AD , если известно, что вокруг четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.

Ответ: _____.

17. $ABCD$ — вписанный четырёхугольник, диагонали которого перпендикулярны. O — центр описанной окружности четырёхугольника $ABCD$. P — точка пересечения диагоналей. Найдите сумму квадратов диагоналей, если известны длина отрезка $OP = 3$ и радиус окружности $R = 5$.

Ответ: _____.

18. Внутри треугольника ABC взята точка O ; прямые AO , BO и CO пересекают его стороны в точках A_1 , B_1 и C_1 соответственно. Найдите значение выражения

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то это ромб.
- 3) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\begin{cases} \sqrt{x} + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 90 \end{cases}.$$

21. Имеется квадратный лист бумаги в клеточку, размером $N \times N$ клеток. Сколько всего квадратов, все вершины которого находятся в узлах решётки (в том числе и на границах листа), можно нарисовать на данном листе, если $N = 7$. Например, при $N = 2$ можно нарисовать 6 квадратов.

22. Найдите все действительные значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$(|a| - 1) \cos 2x + (1 - |a - 2|) \sin 2x + (1 - |2 - a|) \cos x + (1 - |a|) \sin x = 0$$

имеет нечётное количество решений на интервале $(-\pi; \pi)$.

Модуль «Геометрия»

23. Две окружности пересекаются в точках A и B , а хорды AM и AN касаются этих окружностей. Треугольник MAN достроен до параллелограмма $MANC$ и отрезки BN и MC разделены точками P и Q в равных отношениях, то есть $\frac{BP}{PN} = \frac{MQ}{QC}$.

Найдите значение выражения $\frac{\angle APQ}{\angle ANC}$.

24. Десять векторов таковы, что длина суммы любых девяти из них меньше длины суммы всех десяти векторов. Докажите, что существует ось, проекция на которую каждого из десяти векторов положительна.

25. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω . На отрезках AB , BC , CD , DA отмечены точки K , L , M , N соответственно таким образом, что $KLMN$ – ромб и $KN \parallel BD \parallel LM$, $KL \parallel AC \parallel NM$. В треугольники AKN , BLK , CML , DNM вписаны окружности ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 соответственно. Внутренние общие касательные к окружностям ω_1 и ω_3 пересекаются в точке Q . Через точку Q проведена касательная к окружности ω_2 , которая касается окружности ω_2 в точке T . Найдите количество общих точек прямой QT и окружности ω_4 .

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	45216	280	36	26,1	29300	5324	1	-7	2	5985	321	7,5	3	20,6	1	50	164	1	13	(9;3)	336	$[0;1), (1;2], \{3\}$	1	-	1