

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
Тренировочный вариант № 413

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ    Ответ: -0,8    10 - 0 , 8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

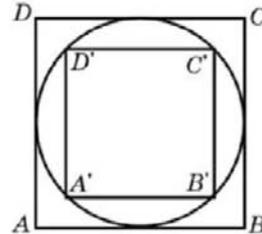
$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

**Часть 1**

**Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

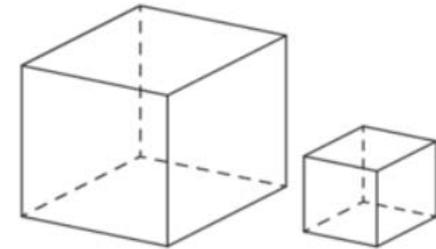
- 1.** Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 2.** Объём первого куба в 8 раз больше объёма второго куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3.** В городе 48% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4.** Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно две мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно одну мишень»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

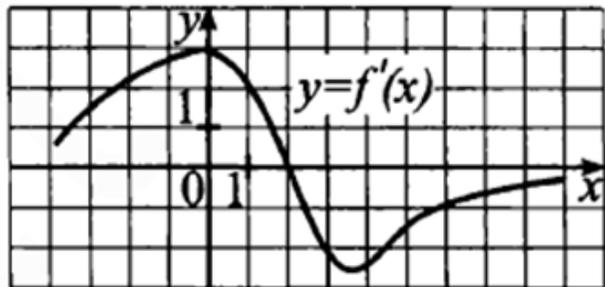
5. Решите уравнение  $x + \sqrt{2x^2 - 14x + 13} = 5$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите наибольший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\frac{\lg 2 + \lg 3}{\lg 3,6 + 1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $f(x)$  параллельна оси абсцисс.



Ответ: \_\_\_\_\_.

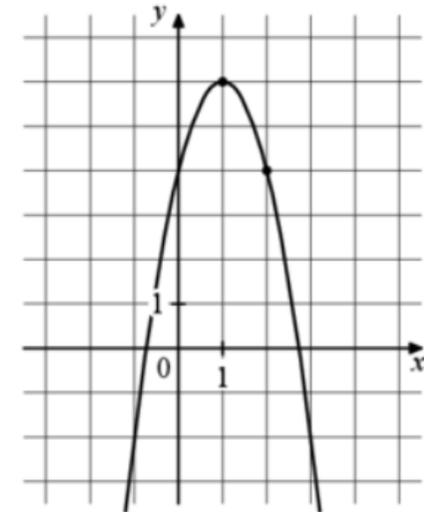
8. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 28$  м/с, начал торможение с ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup>. Путь в метрах, пройденный автомобилем за время  $t$ , с с начала торможения, вычисляется по формуле  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ . Найдите за сколько секунд с начала торможения автомобиль пройдет 66 метров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Сумма длин окружностей переднего и заднего колес повозки равна 5 м. На протяжении 60 м переднее колесо сделало на 9 оборотов больше, чем заднее на протяжении 63 м. Какова длина (в метрах) окружности переднего колеса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите  $f(6)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку максимума функции  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+35}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $\cos^{-2} x + \sin^{-1}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \log_{\sin x} \sin^2 x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[5\pi; 7\pi]$

13. На ребре  $CC_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $CE:EC_1=1:2$ .

А) Пусть точка  $F$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1:2, считая от вершины  $B_1$ .

Докажите, что угол между прямыми  $BE$  и  $AC_1$  равен углу  $AC_1F$

Б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $AC_1F$ , если ребро куба равно 3.

14. Решите неравенство:  $4 \cdot 2^{\log_3(5-x)} + 2^{\log_3 x+1} - 2^{\log_3(5x-x^2)} \leq 8$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей

на  $(n+1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 300 тысяч рублей;

— к 15-му числу  $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $n$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 755 тысяч рублей.

16. Вписанная в треугольник  $ABC$  окружность с центром в точке  $O$  касается стороны  $BC$  в точке  $K$ . Окружность с центром в точке  $O_1$  касается стороны  $BC$  в точке  $L$ , а также касается продолжения сторон  $AC$  и  $AB$ .

А) Докажите, что  $BL=CK$

Б) Найдите расстояние  $OO_1$ , если известно, что  $AC=7$ ,  $BC=24$ ,  $AB=25$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$-3 \sin x - 5 \cos x = a$$

имеет ровно два корня на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

18. Рассматриваются целочисленные прямоугольные треугольники, то есть такие прямоугольные треугольники, длины всех сторон которых выражены целыми числами.

А) В треугольнике длина одной из сторон равна 12. Найдите все возможные значения длин других сторон этого треугольника.

Б) Длина  $h$  высоты, опущенной на гипотенузу, также выражается целым числом. Найдите наименьшее возможное значение  $h$ .

В) В треугольнике  $c = b + 1$ , где  $c$  — длина гипотенузы,  $b$  — длина одного из катетов. Последняя цифра десятичной записи периметра этого треугольника равна 6. Чему равны последние цифры десятичной записи длин сторон этого треугольника.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	2	12	А) $\frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$ Б) $\frac{19\pi}{3}$
2	4	13	Б) $\frac{9}{\sqrt{14}}$
3	0,1	14	[2;5)
4	10,5	15	4 и 8
5	-2	16	Б) 30
6	0,5	17	$\left( -\sqrt{34}; \frac{-5 - 3\sqrt{3}}{2} \right]$
7	2	18	А) (35,37), (20,16), (15,9), (13,5), Б) 12, В) 7,4,5
8	3		
9	2		
10	-44		
11	7		