

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

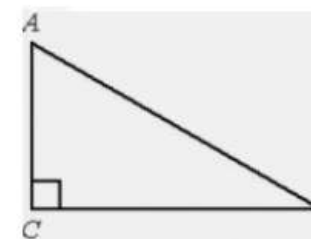
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

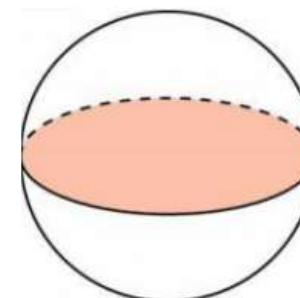
Часть 1

- 1** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 6$, $AB = 10$. Найдите $\sin B$.



Ответ: _____.

- 2** Площадь поверхности шара равна 12. Найдите площадь большого круга шара.



Ответ: _____.



- 3 В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: _____.

- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения

$$3^{\log_9(4x+1)} = 9.$$

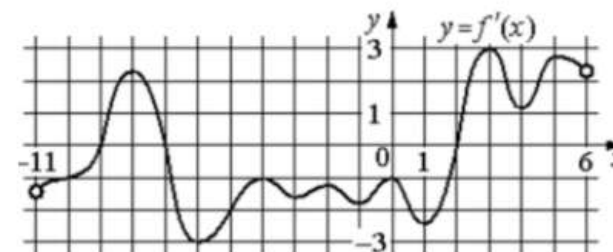
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}.$$

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 4]$.



Ответ: _____.

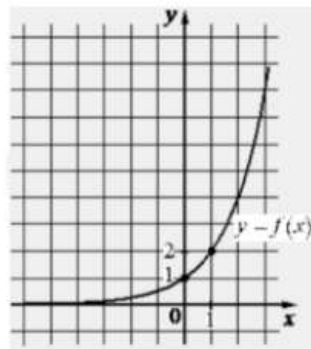
- 8 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 25^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_b = 57^\circ\text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \cdot \frac{cm}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,4$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

Ответ: _____.

- 9 Два велосипедиста одновременно отправились в 160-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 6 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 6 часов раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$.



Ответ: _____.

- 11 Найдите точку минимума функции

$$y = (x^2 - 17x + 17) \cdot e^{7-x}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right].$$

- 13 В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SB = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

- а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

- б) Найдите угол между прямыми SC и BD .

- 14 Решите неравенство

$$\log_5(3x + 1) + \log_5 \left(\frac{1}{72x^2} + 1 \right) \geq \log_5 \left(\frac{1}{24x} + 1 \right).$$

- 15 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 18% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1125 тысяч рублей?



16 К окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, проведена касательная, пересекающая стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

- а) Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.
б) Прямая MN пересекает прямую CD в точке P . В каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AM:MB = 1:3$?

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\ln(6a - x) \ln(2x + 2a - 2) = \ln(6a - x) \ln(x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

18 На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стёрли.

- а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?
б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?
в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	0,8
2	3
3	0,75
4	0,059
5	20
6	2
7	1
8	33
9	10
10	16
11	2
12	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}$
13	$\arccos\left(\frac{14}{55}\right)$
14	$\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0; +\infty)$
15	600 тыс.
16	1:3
17	$\left(\frac{2}{7}; \frac{1}{2}\right)$
18	а) да б) нет в) 18,5

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

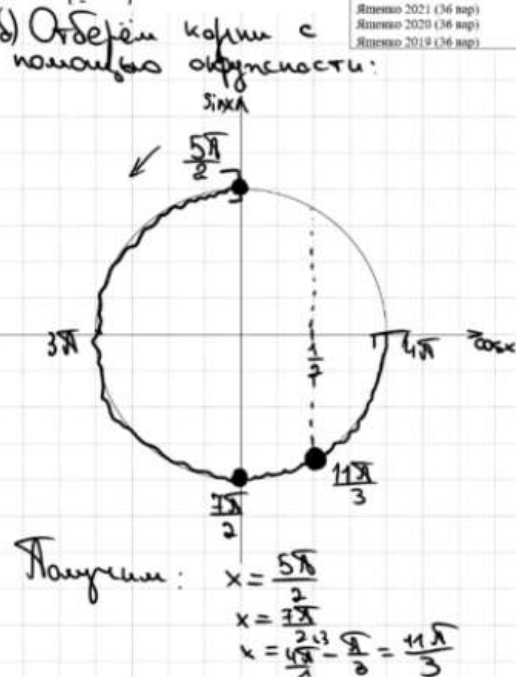
12 а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

$$\begin{aligned} & 2 \left(\sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1 \\ & \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1 \\ & \cos 2x - \cos x + 1 = 0 \\ & \cos x \cdot (2 \cos x - 1) = 0 \\ & \cos x = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2} \\ & x = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

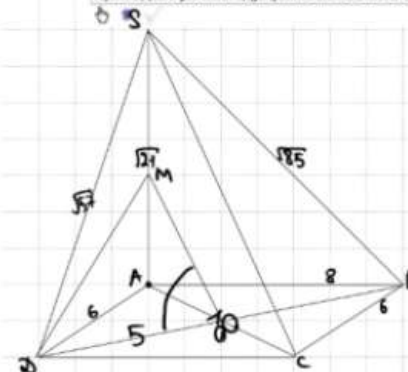
ОТВЕТ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$
б) $\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{3}$



13

В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SB = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

- а) Докажите, что SA — высота пирамиды.
б) Найдите угол между прямыми SC и BD .



а) ① Заметим, что в $\triangle SAB \sim \triangle SAD$ верш.
 $8^2 = 6^2 + 21$ $\sqrt{85}^2 = 8^2 + 57$
 $\Rightarrow \triangle SAB \sim \triangle SAD$ — кр. подобие по г. пр. г. Пифагора
② $SA \perp AD$ $SA \perp AB \Rightarrow SA \perp (ABD) \Rightarrow SA$ — высота пирамиды.
ОТВЕТ: $\arccos \left(\frac{14}{55} \right)$

б) ① $\triangle SAC$.
 OM — с. линия, т.к. O — середина AC
 $\Rightarrow \angle DOM$ — искомым
② $AM = \frac{\sqrt{21}}{2}$ $SC = \sqrt{85}$
 $OM = \frac{11}{2}$ $DM = \sqrt{6^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{165}}{2}$
③ по г. кос $\triangle DOM$:
 $\cos \angle DOM = \frac{OM^2 + DM^2 - DO^2}{2 \cdot OM \cdot DM} = \frac{14}{55}$
 $\angle DOM = \arccos \left(\frac{14}{55} \right)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

14 Решите неравенство

$$\log_5(3x+1) + \log_5\left(\frac{1}{72x^2} + 1\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x} + 1\right).$$

$$\log_5\left((3x+1) \cdot \left(\frac{1}{72x^2} + 1\right)\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x} + 1\right)$$

$$(3x+1) \cdot \left(\frac{1+72x^2}{72x^2}\right) \geq \frac{1+24x}{24x}$$

$$3x+1 > 0$$

$$\frac{1}{24x} + 1 > 0$$

$$\frac{3x+216x^3+1+72x^2-3x-72x^2}{72x^2} \geq 0$$

$$\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{1}{24} \cup (0, +\infty)$$

ОТВЕТ: $\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0, +\infty)$

Источники:

ЕПР (старый банк)
ЕПР (новый банк)
Основная волна 2018

15

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 18% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1125 тысяч рублей?

Пусто	С-сумма кредита	М	С
июль	месяц платежа	М	С
Дата	Сумма долга	М	С
и 25	С	М	С
и 26	125	М	С
и 27	150	М	С
и 28	180	М	С
и 29	210	М	С
и 30	240	М	С
и 31	270	М	С
и 32	300	М	С
и 33	330	М	С
и 34	360	М	С
и 35	390	М	С
и 36	420	М	С
и 37	450	М	С
и 38	480	М	С
и 39	510	М	С
и 40	540	М	С
и 41	570	М	С
и 42	600	М	С
и 43	630	М	С
и 44	660	М	С
и 45	690	М	С
и 46	720	М	С
и 47	750	М	С
и 48	780	М	С
и 49	810	М	С
и 50	840	М	С
и 51	870	М	С
и 52	900	М	С
и 53	930	М	С
и 54	960	М	С
и 55	990	М	С
и 56	1020	М	С
и 57	1050	М	С
и 58	1080	М	С
и 59	1110	М	С
и 60	1140	М	С
и 61	1170	М	С
и 62	1200	М	С
и 63	1230	М	С
и 64	1260	М	С
и 65	1290	М	С
и 66	1320	М	С
и 67	1350	М	С
и 68	1380	М	С
и 69	1410	М	С
и 70	1440	М	С
и 71	1470	М	С
и 72	1500	М	С
и 73	1530	М	С
и 74	1560	М	С
и 75	1590	М	С
и 76	1620	М	С
и 77	1650	М	С
и 78	1680	М	С
и 79	1710	М	С
и 80	1740	М	С
и 81	1770	М	С
и 82	1800	М	С
и 83	1830	М	С
и 84	1860	М	С
и 85	1890	М	С
и 86	1920	М	С
и 87	1950	М	С
и 88	1980	М	С
и 89	2010	М	С
и 90	2040	М	С
и 91	2070	М	С
и 92	2100	М	С
и 93	2130	М	С
и 94	2160	М	С
и 95	2190	М	С
и 96	2220	М	С
и 97	2250	М	С
и 98	2280	М	С
и 99	2310	М	С
и 100	2340	М	С
и 101	2370	М	С
и 102	2400	М	С
и 103	2430	М	С
и 104	2460	М	С
и 105	2490	М	С
и 106	2520	М	С
и 107	2550	М	С
и 108	2580	М	С
и 109	2610	М	С
и 110	2640	М	С
и 111	2670	М	С
и 112	2700	М	С
и 113	2730	М	С
и 114	2760	М	С
и 115	2790	М	С
и 116	2820	М	С
и 117	2850	М	С
и 118	2880	М	С
и 119	2910	М	С
и 120	2940	М	С
и 121	2970	М	С
и 122	3000	М	С
и 123	3030	М	С
и 124	3060	М	С
и 125	3090	М	С
и 126	3120	М	С
и 127	3150	М	С
и 128	3180	М	С
и 129	3210	М	С
и 130	3240	М	С
и 131	3270	М	С
и 132	3300	М	С
и 133	3330	М	С
и 134	3360	М	С
и 135	3390	М	С
и 136	3420	М	С
и 137	3450	М	С
и 138	3480	М	С
и 139	3510	М	С
и 140	3540	М	С
и 141	3570	М	С
и 142	3600	М	С
и 143	3630	М	С
и 144	3660	М	С
и 145	3690	М	С
и 146	3720	М	С
и 147	3750	М	С
и 148	3780	М	С
и 149	3810	М	С
и 150	3840	М	С
и 151	3870	М	С
и 152	3900	М	С
и 153	3930	М	С
и 154	3960	М	С
и 155	3990	М	С
и 156	4020	М	С
и 157	4050	М	С
и 158	4080	М	С
и 159	4110	М	С
и 160	4140	М	С
и 161	4170	М	С
и 162	4200	М	С
и 163	4230	М	С
и 164	4260	М	С
и 165	4290	М	С
и 166	4320	М	С
и 167	4350	М	С
и 168	4380	М	С
и 169	4410	М	С
и 170	4440	М	С
и 171	4470	М	С
и 172	4500	М	С
и 173	4530	М	С
и 174	4560	М	С
и 175	4590	М	С
и 176	4620	М	С
и 177	4650	М	С
и 178	4680	М	С
и 179	4710	М	С
и 180	4740	М	С
и 181	4770	М	С
и 182	4800	М	С
и 183	4830	М	С
и 184	4860	М	С
и 185	4890	М	С
и 186	4920	М	С
и 187	4950	М	С
и 188	4980	М	С
и 189	5010	М	С
и 190	5040	М	С
и 191	5070	М	С
и 192	5100	М	С
и 193	5130	М	С
и 194	5160	М	С
и 195	5190	М	С
и 196	5220	М	С
и 197	5250	М	С
и 198	5280	М	С
и 199	5310	М	С
и 200	5340	М	С
и 201	5370	М	С
и 202	5400	М	С
и 203	5430	М	С
и 204	5460	М	С
и 205	5490	М	С
и 206	5520	М	С
и 207	5550	М	С
и 208	5580	М	С
и 209	5610	М	С
и 210	5640	М	С
и 211	5670	М	С
и 212	5700	М	С
и 213	5730	М	С
и 214	5760	М	С
и 215	5790	М	С
и 216	5820	М	С
и 217	5850	М	С
и 218	5880	М	С
и 219	5910	М	С
и 220	5940	М	С
и 221	5970	М	С
и 222	6000	М	С
и 223	6030	М	С
и 224	6060	М	С
и 225	6090	М	С
и 226	6120	М	С
и 227	6150	М	С
и 228	6180	М	С
и 229	6210	М	С
и 230	6240	М	С
и 231	6270	М	С
и 232	6300	М	С
и 233	6330	М	С
и 234	6360	М	С
и 235	6390	М	С
и 236	6420	М	С
и 237	6450	М	С
и 238	6480	М	С
и 239	6510	М	С
и 240	6540	М	С
и 241	6570	М	С
и 242	6600	М	С
и 243	6630	М	С
и 244	6660	М	С
и 245	6690	М	С
и 246	6720	М	С
и 247	6750	М	С
и 248	6780	М	С
и 249	6810	М	С
и 250	6840	М	С
и 251	6870	М	С
и 252	6900	М	С
и 253	6930	М	С
и 254	6960	М	С
и 255	6990	М	С
и 256	7020	М	С
и 257	7050	М	С
и 258	7080	М	С
и 259	7110	М	С
и 260	7140	М	С
и 261	7170	М	С
и 262	7200	М	С
и 263	7230	М	С
и 264	7260	М	С
и 265	7290	М	С
и 266	7320	М	С
и 267	7350	М	С
и 268	7380	М	С
и 269	7410	М	С
и 270	7440	М	С
и 271	7470	М	С
и 272	7500	М	С
и 273	7530	М	С
и 274	7560	М	С
и 275	7590	М	С
и 276	7620	М	С
и 277	7650	М	С
и 278	7680	М	С
и 279	7710	М	С
и 280	7740	М	С
и 281	7770	М	С
и 282	7800	М	С
и 283	7830	М	С
и 284	7860	М	С
и 285	7890	М	С
и 286	7920	М	С
и 287	7950	М	С
и 288	7980	М	С
и 289	8010	М	С
и 290	8040	М	С
и 291	8070	М	С
и 292	8100	М	С
и 293	8130	М	С
и 294	8160	М	С
и 295	8190	М	С
и 296	8220	М	С
и 297	8250	М	С
и 298	8280	М	С
и 299	8310	М	С
и 300	8340	М	С
и 301	8370	М	С
и 302	8400	М	С
и 303	8430	М	С
и 304	8460	М	С
и 305	8490	М	С
и 306	8520	М	С
и 307	8550	М	С
и 308	8580	М	С
и 309	8610	М	С
и 310	8640	М	С
и 311	8670	М	С
и 312	8700	М	С
и 313	8730	М	С
и 314	8760	М	С
и 315	8790	М	С
и 316	8820	М	С
и 317	8850	М	С
и 318	8880	М	С
и 319	8910	М	С
и 320	8940	М	С
и 321	8970	М	С
и 322	9000	М	



16 К окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, проведена касательная, пересекающая стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.

б) Прямая MN пересекает прямую CD в точке P . В каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AM : MB = 1 : 3$?

Источники:
 ЕГЭ (старый базис)
 Готовимся к ЕГЭ 2019
 Дисконтная война 2015
 Пробный ЕГЭ 18.03.2021
 СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ

а) ① $EN = NK$ (кас.)
 $KM = MN$ (кас.)

② $P_{AMN} = AN + NK + KM + AM$
 $= AN + EN + MN + AM$
 $= AE + AN$
 $= \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}AB$
 $= AB$

б) ① $\frac{BL}{CL} = ? = \frac{2Q}{AQ}$

② по т. Пиф. в $\triangle AMN$: $(x+y)^2 = (2x-y)^2 + x^2$
 $x^2 + 2xy + y^2 = 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2$
 $4x^2 - 6xy = 0$
 $2x(2x - 3y) = 0$
 $x = 0$ или $x = 1,5y$
 $y = \frac{2}{3}x$

③ $\triangle PDN \sim \triangle ANM$ по 2 углам
 $k = \frac{DN}{AN} = \frac{4x - AN}{AN} = \frac{4x - \frac{2}{3}x}{\frac{2}{3}x} = \frac{2}{1}$

④ по т. о биссектрисе
 $\frac{PD}{PN} = \frac{DQ}{QN}$ $\frac{2x}{\frac{10}{3}x} = \frac{2Q}{QN} = \frac{3}{5}$
 $2Q = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3}x = 2x$
 $2Q = 2x$
 $\frac{BL}{CL} = \frac{1}{3}$

ОТВЕТ: 3:1

Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\ln(6a-x) \ln(2x+2a-2) = \ln(6a-x) \ln(x-a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

Источники:
Основная волна 2017

$\ln(6a-x) \cdot \ln(2x+2a-2) - \ln(6a-x) \cdot \ln(x-a) = 0$
 $\ln(6a-x) \cdot (\ln(2x+2a-2) - \ln(x-a)) = 0$

Случай 1: $\ln(6a-x) = 0 \Rightarrow 6a-x=1 \Rightarrow x=6a-1$ явл. корнем уравн.

Случай 2: $\ln(2x+2a-2) = \ln(x-a) \Rightarrow 2x+2a-2 = x-a \Rightarrow x = -3a+2$ явл. корнем уравн.

Условия для существования корней на $[0; 1]$:

- Для $x = 6a-1$: $0 \leq 6a-1 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{6} \leq a \leq \frac{2}{3}$
- Для $x = -3a+2$: $0 \leq -3a+2 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq a \leq \frac{2}{3}$

Найдем пересечение: $a \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

ОТВЕТ: $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18 На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стерли.

Источники:
ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Основная волна 2015
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (30 вар)
Ященко 2018

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

Ср. арифм. = 7
 $\frac{\text{Сумма чисел}}{30} = 7 \Rightarrow \text{Сумма чисел} = 210$

а) Сколько могло быть изначально единиц?
 Если 30 единиц $\Rightarrow$ сумма = 30
 29 единиц $\Rightarrow$ сумма $\leq 29 + 40$
 28 единиц $\Rightarrow$ сумма $\leq 28 + 80$
 27 единиц $\Rightarrow$ сумма $\leq 27 + 120$
 26 единиц $\Rightarrow$ сумма $\leq 26 + 160$
 25 единиц $\Rightarrow$ сумма $\leq 25 + 200$

Пример: 1 1 1 1 1 ... 1 37 37 37 37 37 (25 единиц)

б) Пусть x - кол-во единиц, S - первоначальная сумма всех, кроме единиц.
 Тогда после замены $\frac{S}{2}$ - оставшаяся сумма всех, кроме единиц, после замены.

Ср. Ар. после замены: $\frac{\frac{S}{2}}{30-x} = \frac{S}{60-2x}$

а) да
 б) нет
 в) 18,5

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

$x \leq 25$ (см п. а)
 $\Rightarrow$ Ср. Ар. иск. = 18,5 (см п. а)



Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта <i>a</i> ; – обоснованное решение пункта <i>b</i> ; – искомая оценка в пункте <i>в</i> ; – пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.