

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №349

## Уровень 1

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Часть 1

**Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.**

## Модуль «Алгебра»

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5**



рис. 1

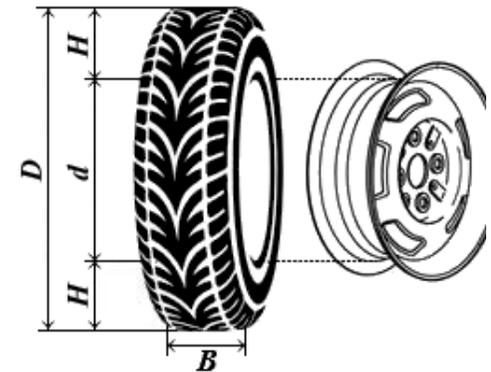


рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр  $B$  на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр  $H$  на рисунке 2) к ширине шины, то есть  $100 \cdot \frac{H}{B}$ .

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква  $R$  означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены

вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса  $d$  в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса  $D$  легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 215/60 R17.

Завод допускает установку шин с другими маркировками.

**1.** В таблице показаны разрешённые размеры шин (см. табл. ниже).

Шины какой наибольшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам?

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	16	17	18
215	215/65	215/60	–
175	175/65	175/65; 175/60	–
225	225/65; 225/60	225/55	–
235	235/60	235/55; 235/50	235/50

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 225/55 R17 меньше, чем радиус колеса с шинами маркировки 270/50 R17?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 235/50 R18?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Найдите диаметр (в мм) колеса автомобиля, выходящего с завода?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 235/50 R18? Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\left(\frac{10}{13} + \frac{15}{4}\right) \cdot \frac{26}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Какому из чисел  $a, b, c, d$  соответствует число  $\sqrt{53}$ :

- 1)  $7 < a < 7,5$       2)  $7,5 < b < 8$       3)  $8 < c < 8,5$       4)  $8,5 < d < 9$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{\sqrt{17} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{17} - 3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Решите в вещественных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x + y = 10 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$$

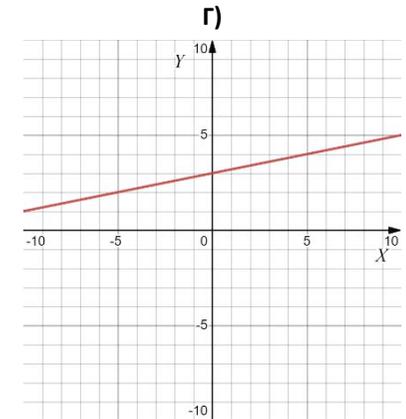
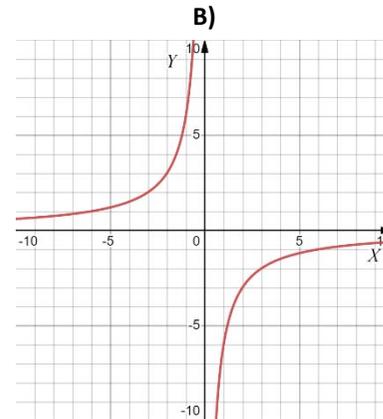
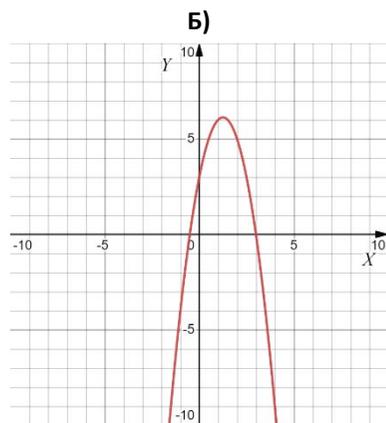
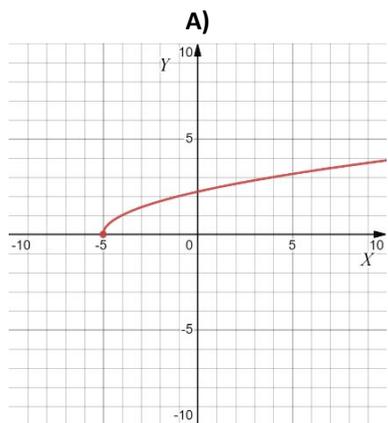
В ответе запишите значение выражения  $3x_1 - 5y_1$ , где  $(x_1, y_1)$  – решение этой системы

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Даны четыре графика различных функций  $y = f(x)$ . Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают. В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



- 1)  $y = \frac{1}{5}x + 3$       2)  $y = -2x^2 + 5x + 3$       3)  $y = \sqrt{x+5}$       4)  $y = -\frac{6}{x}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Закон Менделеева–Клапейрона можно записать в виде  $pV = \nu RT$ , где  $p$  – давление (в паскалях),  $V$  – объём (в  $\text{м}^3$ ),  $\nu$  – количество вещества (в молях),  $T$  – температура (в градусах Кельвина), а  $R$  – универсальная газовая постоянная, равная  $8,31 \text{ Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль})$ . Пользуясь этой формулой, найдите количество вещества  $\nu$  (в молях), если  $T = 300 \text{ К}$ ,  $p = 4986 \text{ Па}$ ,  $V = 0,7 \text{ м}^3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

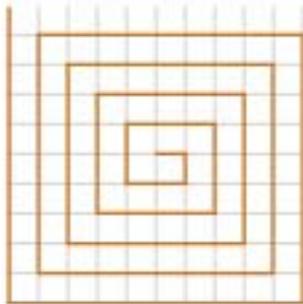
**13.** При каких значениях  $a$  выражение  $2a + 7$  принимает отрицательные значения?

- 1)  $a > -\frac{7}{2}$       2)  $a < -\frac{2}{7}$       3)  $a > -\frac{2}{7}$       4)  $a < -\frac{7}{2}$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  нарисована «змейка», представляющая из себя ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущих по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 100.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

**15.** Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , сторона  $AB$  равна 31, сторона  $BC$  равна 42, сторона  $AC$  равна 50. Найдите  $MN$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**16.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $K$ ,  $BK = 14$ ,  $DK = 10$ ,  $BC = 21$ . Найдите  $AD$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

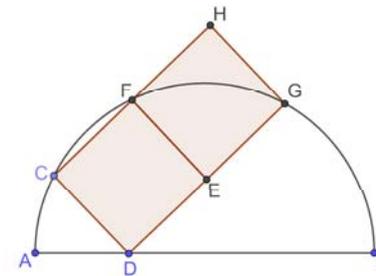
**17.** В декартовой системе координат на плоскости даны точки:

$$A(2, 2), B(4, 0), C(0, 1).$$

Найдите расстояние от точки  $A$  до середины отрезка  $BC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** Дан полукруг диаметром  $AB = 10$  (см. рис.). На дуге  $AB$  последовательно отмечены точки  $C$ ,  $F$ ,  $G$ . На диаметре  $AB$  отмечена точка  $D$ . Точки расположены на плоскости таким образом, что  $CDEF$  и  $FEGH$  – квадраты. Найдите площадь прямоугольника  $CDGH$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Точка касания двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 2) В параллелограмме есть два равных угла.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.*

### Модуль «Алгебра»

**20.** Найдите значение выражения  $\frac{8x^3 + y^3 + 6y^2 + 12y + 8}{4x^2 - 2xy - 4x + y^2 + 4y + 4} - 2x - y$  при

$$x = \sqrt{5 + \sqrt{5 + \sqrt{5}}} \text{ и } y = 2,1828.$$

**21.** Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 45 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 21 час. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

**22.** Постройте график функции:

$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right).$$

Определите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = ax + 1$  имеет с графиком функции нечётное количество общих точек.

### Модуль «Геометрия»

**23.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 21$ ,  $BF = 20$ .

**24.** Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.

**25.** Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите градусную меру меньшего угла треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $39^\circ$ ,  $78^\circ$  и  $63^\circ$ .

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №349

## Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

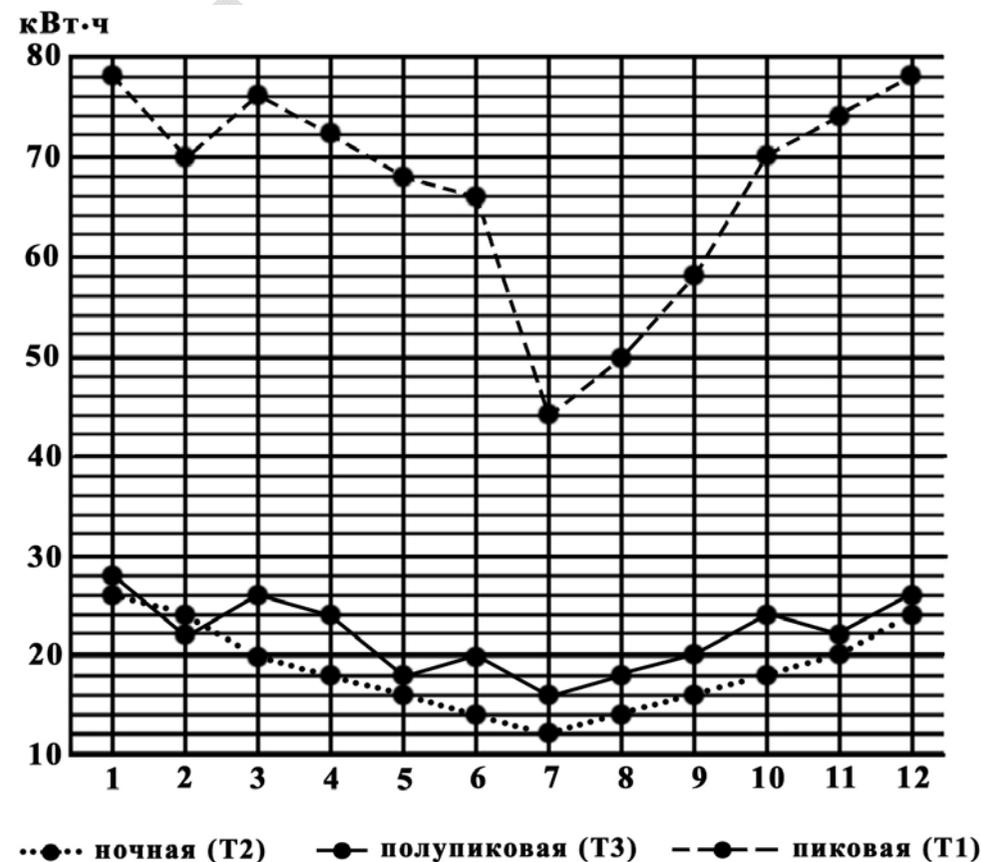
*Желаем успеха!*

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



В жилых домах установлены бытовые электросчётчики, которые фиксируют расход электроэнергии в кВт·ч. Учёт расхода электроэнергии может быть однотарифным, двухтарифным или трёхтарифным.

При однотарифном учёте стоимость 1 кВт·ч электроэнергии не меняется в течение суток. При двухтарифном и трёхтарифном учёте она различна в зависимости от времени суток. Сутки разбиты на периоды, называемые тарифными зонами.

В таблице (см. ниже) дана стоимость 1 кВт·ч электроэнергии в рублях в 2021 году.

В квартире у Николая Андреевича установлен трёхтарифный счётчик и в 2021 году он оплачивал электроэнергию по трёхтарифному учёту.

На рисунке (см. выше) показан расход электроэнергии в квартире Николая Андреевича по тарифным зонам за каждый месяц 2021 года. Для наглядности точки соединены линиями.

	I полугодие	II полугодие
Однотарифный учёт	5,47	5,66
Двухтарифный учёт:	х	х
ночная зона (23:00-07:00)	2,13	2,32
дневная зона (07:00-23:00)	6,29	6,51
Трёхтарифный учёт:	х	х
ночная зона (23:00-07:00)	2,13	2,32
полупиковая зона (10:00-17:00 и 21:00-23:00)	5,47	5,66
пиковая зона (07:00-10:00 и 17:00-21:00)	6,57	6,79

**1.** Пользуясь рисунком (см. выше), поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику расхода электроэнергии (см. табл. ниже).

Периоды	Характеристики
А) февраль-март	1) расход уменьшился во всех трёх тарифных зонах, но больше всего – в полупиковой зоне
Б) апрель-май	2) расход в ночной зоне увеличился на столько же, на сколько уменьшился расход в полупиковой зоне
В) май-июнь	3) расход в ночной зоне уменьшился, а в пиковой и полупиковой – увеличился
Г) октябрь-ноябрь	4) расход в пиковой и ночной зонах уменьшился одинаково

Заполните таблицу (см. ниже). В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Периоды	А	Б	В	Г
Характеристики				

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** В каком месяце первого полугодия 2021 года общий расход электроэнергии был наибольшим? В ответе запишите расход электроэнергии ( кВт·ч) в этом месяце.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Сколько рублей должен был заплатить Николай Андреевич за электроэнергию, израсходованную в марте?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** На сколько процентов больше заплатил бы Николай Андреевич за электроэнергию, израсходованную в феврале, если бы пользовался одностарифным учётом? Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Сосед Николая Андреевича, Семён Семёнович, исходя из данных по расходу электроэнергии за 2021 год в своей квартире, рассчитал средний расход электроэнергии за месяц по тарифным зонам:

- ночная зона – 48 кВт·ч;

- полупиковая зона – 70 кВт·ч;

- пиковая зона – 107 кВт·ч.

Семён Семёнович предполагает, что в 2022 году средний расход электроэнергии будет таким же. Исходя из этого, выберите наиболее выгодный вариант учёта электроэнергии для Семёна Семёновича в 2022 году (одностарифный, двухтарифный или трёхтарифный). Считайте, что стоимость 1 кВт·ч электроэнергии будет такой же, как во втором полугодии 2021 года. Рассчитайте общие расходы Семёна Семёновича на оплату электроэнергии (в рублях) за 2022 год (по наиболее выгодному варианту учёта), если средний расход электроэнергии действительно будет таким же.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\frac{-15 \sin 7^\circ}{\sin 353^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Пусть  $a, b, c$  – вещественные положительные числа. Причём  $a+b+c=3$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{1}{2ab^2+1} + \frac{1}{2bc^2+1} + \frac{1}{2ca^2+1}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1)  $\frac{3}{2}$

2)  $\frac{5}{4}$

3) 1

4)  $\frac{3}{4}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Найдите значение выражения  $\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2c}{ab}\right)(a+b+2c)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{4c^2}{a^2b^2}}$  при  $a=7,4$  и  $b=\frac{5}{37}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

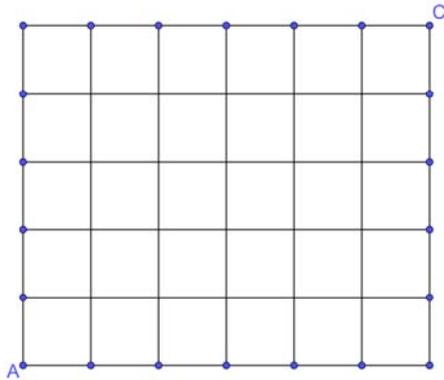
**9.** Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2)=1029 \\ (x+y)(x^2+y^2)=5145 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения  $4x_1+2y_1+2x_2-4y_2$ , где  $(x_i; y_i)$  – решение этой системы, причём  $x_i \leq x_{i+1}$  и  $y_i < y_{i+1}$ , если  $x_i = x_{i+1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** Дана прямоугольная сетка  $5 \times 6$  клеток (см. рис.). Найдите количество всех возможных кратчайших путей из точки  $A$  в точку  $C$ . Передвигать можно только по линиям сетки, то есть только по горизонтальным и вертикальным отрезкам.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** На множестве вещественных чисел  $x \in (-\infty; +\infty)$  задана функция  $f(x)$ .

Известно, что эта функция при любых вещественных значениях  $x \in (-\infty; +\infty)$  удовлетворяют уравнению (здесь  $\sqrt[3]{-125} = -5$ ):

$$f(x^3 + 3x^2 + 3x) = x.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции  $f(x)$  и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

**А)**  $f(-4)$

**Б)**  $f(5)$

**В)**  $f(8)$

**1)**  $\sqrt[3]{9}-1$

**2)**  $\sqrt[3]{6}-1$

**3)**  $-1-\sqrt[3]{3}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Площадь треугольника  $S$  со сторонами  $a, b, c$  можно найти по формуле Герона  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , где  $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ . Найдите площадь треугольника, если длины его сторон равны 4, 51, 53.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13.** Решите в вещественных числах неравенство (здесь  $\sqrt{\alpha}$  – арифметический квадратный корень из  $\alpha$ ):

$$\sqrt{\sqrt{x-\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}}} - \frac{1}{\sqrt{x-\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}}} + \sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{x-\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}}}} \geq x.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

**1)**  $x \in [-1; 0) \cup \left\{ \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right\}$

**2)**  $x \in \left\{ \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right\}$

**3)**  $x \in [-1; 0)$

**4)**  $x \in (-\infty; +\infty)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Старший брат договорился с Мишей, что в пятницу он будет готовиться к экзамену по физике, решая задачи из сборника. За первую задачу брат разрешит ему поиграть на своей приставке 10 минут, а за каждую следующую задачу ему можно будет играть на 3 минуты больше, чем за предыдущую. Сколько минут можно будет поиграть Мише в воскресенье, если он решит 8 задач?

Ответ: \_\_\_\_\_.

<b>Модуль «Геометрия»</b>
---------------------------

**15.** В ромбе  $ABCD$  угол при вершине  $A$  равен  $60^\circ$ . Точка  $N$  делит сторону  $AB$  в отношении  $AN : BN = 2 : 1$ . Найдите значение выражения  $121 \operatorname{tg}^2 \angle DNC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**16.** Прямая  $l$  касается окружности с диаметром  $AB$  в точке  $C$ ;  $M$  и  $N$  — проекции точек  $A$  и  $B$  на прямую  $l$ ,  $D$  — проекция точки  $C$  на  $AB$ . Найдите значение выражения  $\frac{CD^2}{AM \cdot BN}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17.** Угол между сторонами  $AB$  и  $CD$  четырехугольника  $ABCD$  равен  $\varphi$ . Найдите значение выражения:

$$\frac{AB \cdot BC \cos \angle ABC + BC \cdot CD \cos \angle BCD + CD \cdot AB \cos \varphi}{AB^2 + BC^2 + CD^2 - AD^2}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** Центр окружности, касающейся катетов  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , лежит на гипотенузе  $AB$ . Найдите радиус окружности, если он в шесть раз меньше суммы катетов, а площадь треугольника  $ABC$  равна  $27$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы не превосходит суммы квадратов катетов.
- 2) Любые два равнобедренных треугольника подобны.
- 3) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на синус угла между ними.
- 4) Треугольник  $ABC$ , у которого  $AB = 4$ ,  $BC = 5$ ,  $AC = 6$ , является прямоугольным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

<p><i>При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.</i></p>
---

<b>Модуль «Алгебра»</b>
-------------------------

**20.** Решите в вещественных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + yz + zx = 3 \\ x^4 + y^4 + z^4 = 3 \end{cases}.$$

**21.** Петя и Вася придумали десять квадратных трёхчленов. Затем Вася по очереди называл последовательные целые положительные числа (начиная с некоторого целого числа), а Петя каждое названное число подставлял в один из трёхчленов по своему выбору и записывал полученные значения на доску слева направо. Оказалось, что числа, записанные на доске, образуют арифметическую прогрессию (именно в этом порядке). Какое максимальное количество чисел Вася мог назвать?

**22.** Найдите все вещественные значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений:

$$\begin{cases} \sin x = \cos(x\sqrt{6-2a^2}) \\ \cos x = \left(a - \frac{2}{3}\right)\sin(x\sqrt{6-2a^2}) \end{cases}$$

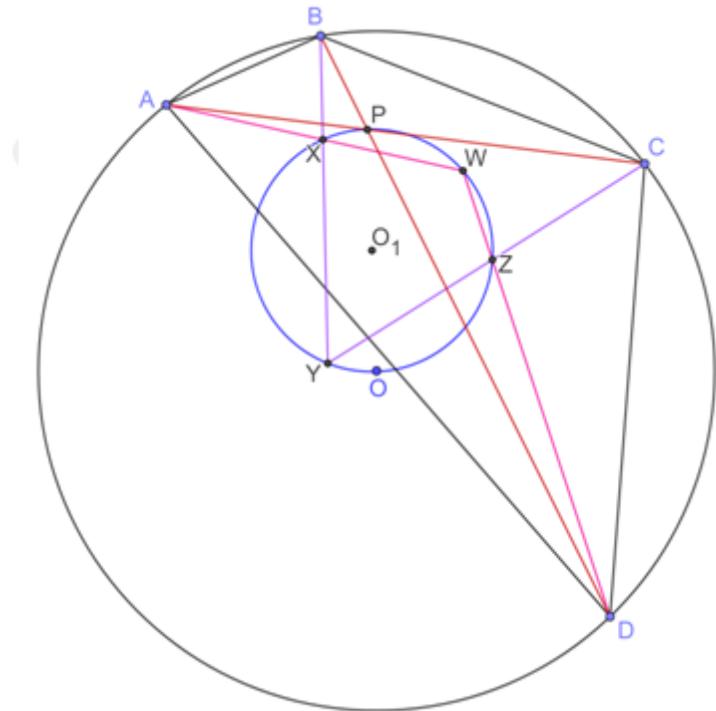
имеет ровно одно вещественное решение на отрезке  $x \in [0, 2\pi]$ .

**Модуль «Геометрия»**

**23.** В выпуклом 794-угольнике проведено несколько диагоналей. Проведённая диагональ называется хорошей, если она пересекается (по внутренним точкам) ровно с одной из других проведённых диагоналей. Найдите наибольшее возможное количество хороших диагоналей.

**24.** Даны три прямые  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Докажите, что композиция симметрий  $S_c \circ S_b \circ S_a$  является симметрией относительно некоторой прямой тогда и только тогда, когда данные прямые пересекаются в одной точке.

**25.** В окружность  $\omega$  с центром в точке  $O$  вписан четырёхугольник  $ABCD$ , в котором проведены биссектрисы всех внутренних углов (см. рис.). Биссектрисы углов  $DAB$  и  $CDA$  пересекаются в точке  $W$ . Биссектрисы углов  $ABC$  и  $BCD$  пересекаются в точке  $Y$ . Отрезки  $AW$  и  $BY$  пересекаются в точке  $X$ . Отрезки  $YC$  и  $WD$  пересекаются в точке  $Z$ . Оказалось, что точки  $O$ ,  $Z$ ,  $W$ ,  $X$ ,  $Y$  лежат на одной окружности  $\omega_1$  радиусом 4 с центром в точке  $O_1$ . Пусть  $P$  – точка пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABCD$ . Найдите длину отрезка  $O_1P$ .



<b>Задание</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
<b>Ответ</b>	235	11,25	2,4	689,8	0,35	23,5	1	3,5	19	0,5	3241	1,4	4	1100	25	15	1,5	20	2	2	15	[0;2/7)	29	-	24

<b>Задание</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
<b>Ответ</b>	3142	132	684,14	0,50	1188,13	15	3	1	56	462	321	90	1	164	243	1	2	3	1	$(-1;-1;-1),(1;1;1)$	20	$-\sqrt{3};-5/3;-1;-1/3;1;\sqrt{3}$	792	-	4