Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8.

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

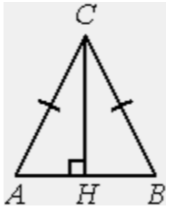
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

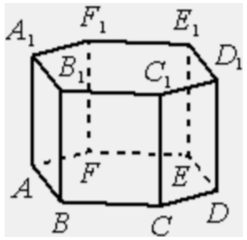
Часть 1

1 В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 19,2, $\cos A = \frac{7}{25}$. Найдите AC.



Ответ: ____________________________.

2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все рёбра которой равны 3, найдите угол между прямыми CD и E_1F_1. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ____________________________.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220912

3 В чемпионате по гимнастике участвуют 36 спортсменок: 11 из России, 16 из США, остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Ответ: ____________________________.

4 Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 8».

Ответ: ____________________________.

5 Найдите корень уравнения

$6^{1+3x} = 36^{2x}$.

Ответ: ____________________________.

6 Найдите значение выражения

$\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\sin^2\dfrac{15\pi}{8}$.

Ответ: ____________________________.

7 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 27$, где x – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

Ответ: ____________________________.

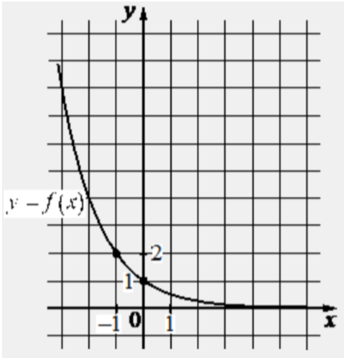
8 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика H (в м) вычисляется по формуле $H = \frac{{v_0}^2}{4g}(1 - \cos\alpha)$, где $v_0 = 24$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α мячик пролетит над стеной высотой 6,2 м на расстоянии 1 м? Ответ дайте в градусах.

Ответ: ____________________________.

9 Заказ на 176 деталей первый рабочий выполняет на 5 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 5 деталей больше, чем второй?

Ответ: ____________________________.

10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-4)$.



Ответ: ___________________________.

11 Найдите точку максимума функции

$$y = -\frac{x^2+36}{x}.$$

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания* 12–18 *используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №* 2. *Запишите сначала номер выполняемого задания* (12, 13 *и т. д.*), *а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$7\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+4\sqrt{3}\sin x\cos x = 4\cos^3 x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

13 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка K делит сторону SC в отношении 1:2, считая от вершины S, точка N делит сторону SB в отношении 1:2, считая от вершины S. Через точки N и K параллельно SA проведена плоскость α.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α параллельно прямой BC.
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости α, если известно, что $SA = 9$, $AB = 6$.

14 Решите неравенство

$$125^x - 25^x + \frac{4\cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \le 4.$$

15 31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?

16 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD.

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD.
б) Найдите CD, если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6{,}5$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(2x - x^2)^2 - 4\sqrt{2x - x^2} = a^2 - 4a$$

имеет хотя бы один корень.

18 На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.

а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	
1	20
2	60
3	0,25
4	0,12
5	1
6	1
7	6
8	60
9	16
10	16
11	6
	а)12 $\frac{\pi}{2}+\pi n, -\frac{\pi}{3}+2\pi n, -\frac{2\pi}{3}+2\pi n;\ n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2};\ -\frac{5\pi}{2};\ -\frac{7\pi}{3}$
13	$\frac{2\sqrt{23}}{3}$
14	$\{0\} \cup [\log_5 4\,; 1)$
15	20
16	5
17	$[0; 1] \cup [3; 4]$
18	а) да б) нет в) 35

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

12 а) Решите уравнение

$$7\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+4\sqrt{3}\sin x\cos x=4\cos^3 x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

Источники:
Основная волна (Резерв) 2021

а) $7\cdot\cos x+4\sqrt{3}\cdot\sin x\cos x-4\cos^3 x=0$

$\cos x\cdot(7+4\sqrt{3}\sin x-4\cos^2 x)=0$

$\cos x=0$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

$7+4\sqrt{3}\sin x-4\cdot(1-\sin^2 x)=0$

$4\sin^2 x+4\sqrt{3}\sin x+3=0$

Пусть $\sin x=t$

$4t^2+4\sqrt{3}t+3=0$

$D=48-48=0$

$t=\frac{-4\sqrt{3}}{8}$

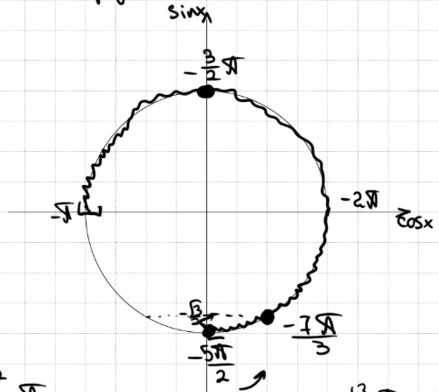
$t=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n$

$x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi n$; $n\in Z$

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа: $x=-2\pi-\frac{\pi}{3}=-\frac{7\pi}{3}$

$x=-\frac{3\pi}{2}$

$x=-\frac{5\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n, -\frac{\pi}{3}+2\pi n, -\frac{2\pi}{3}+2\pi n; n\in Z$
б) $-\frac{7\pi}{3}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}$

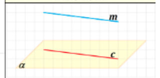
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка K делит сторону SC в отношении 1:2, считая от вершины S, точка N делит сторону SB в отношении 1:2, считая от вершины S. Через точки N и K параллельно SA проведена плоскость α.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α параллельно прямой BC.

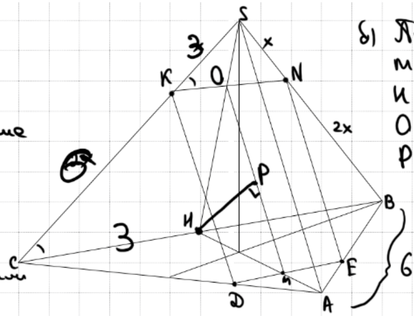
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости α, если известно, что $SA=9$, $AB=6$.

Источники:
Основная волна 2019
ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости

а) ① $DK \parallel SA$
$NE \parallel SA$
Соед. DE и KN
$\Rightarrow DKNE$ – сечение

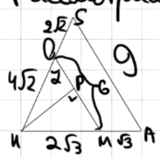


② $\triangle SKN \sim \triangle SBC$ по 2 проп. и углу между ними
$\Rightarrow KN \parallel BC$
$\alpha \parallel BC$ ■

б) Пусть
M – середина DE
H – середина BC
O – середина KN
PH – перпендикуляр к OM в $\triangle OMH$:

$PH \perp OM$
$PH \perp DE$ (по ТТП)
$\Rightarrow PH$ – искомое расс.

Рассмотрим $\triangle SAH$:



$AH=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 6=3\sqrt{3}$

по т. cos в $\triangle HOM$:

$\cos\alpha=\frac{(4\sqrt{2})^2+6^2-(2\sqrt{3})^2}{2\cdot 4\sqrt{2}\cdot 6}=\frac{7\cdot\cancel{8}}{\cancel{2\cdot 4}\sqrt{2}\cdot 6}$

$\cos\alpha=\frac{7}{6\sqrt{2}}$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{23}}{6\sqrt{2}}=\frac{HP}{4\sqrt{2}}$

$HP=\frac{4\cancel{\sqrt{2}}\sqrt{23}}{6\cancel{\sqrt{2}}}=\frac{2}{3}\sqrt{23}$

Ответ: $\frac{2}{3}\sqrt{23}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ	1

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220912

при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

14 Решите неравенство $125^x - 25^x + \frac{4\cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \le 4$.

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2016

Пусть $5^x = t$

$t^{3\,(t-5} - t^{2\,(t-5} + \frac{4t^2-20}{t-5} - \frac{4^{\,(t-5}}{1} \le 0$

$\frac{t^4-5t^3-t^3+5t^2+4t^2-\cancel{20}-4t+\cancel{20}}{t-5} \le 0$

$\frac{t^4-6t^3+9t^2-4t}{t-5} \le 0$

$\frac{t\cdot(t^3-6t^2+9t-4)}{t-5} \le 0$

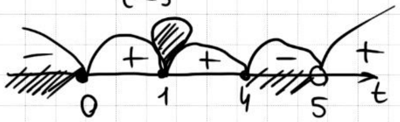
Заметим, что при $t=1$
t^3-6t^2+9t-4 обращается в 0

$t^3-6t^2+9t-4 \;|\; t-1$, частное t^2-5t+4
$-(t^3-t^2)$
$-5t^2+9t$
$-(-5t^2+5t)$
$4t-4$
$-(4t-4)$

Получаем:

$\frac{t\cdot(t-1)(t^2-5t+4)}{t-5} \le 0$

$\frac{t\cdot(t-1)\cdot(t-1)(t-4)}{t-5} \le 0$



$\left[\begin{array}{l} t \le 0 \\ t = 1 \\ 4 \le t < 5 \end{array}\right.$

$5^x \le 0$ — $\varnothing$

$5^x = 1$, $x = 0$

$5^{\log_5 4} \le 5^x < 5^1$, $\log_5 4 \le x < 1$

Ответ: $\{0\} \cup [\log_5 4; 1)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на a%), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?

Источники:
Ященко 2018 (20 вар)
Ященко 2018 (30 вар)
Ященко 2018 (36 вар)
Основная волна 2017

Пусть S — сумма кредита
$X_1 = 2\,592\,000$
$X_2 = 4\,392\,000$
$(1+\frac{a}{100}) = b$
1 января — день платежа

Кредит на 2 года

Дата	Сумма долга
31 дек 14	S
31 дек 15	$S\cdot b$
1 янв 16	$S\cdot b - X_2$
31 дек 16	$S\cdot b^2 - b\cdot X_2$
1 янв 17	$S\cdot b^2 - b\cdot X_2 - X_2 = 0$

Ответ: 20

Кредит на 4 года

Дата	Сумма долга
31 дек 14	S
31 дек 15	$S\cdot b$
1 янв 16	$S\cdot b - x_1$
31 дек 16	$S\cdot b^2 - b\cdot x_1$
1 янв 17	$Sb^2 - b\cdot x_1 - x_1$
31 дек 17	$Sb^3 - b^2\cdot x_1 - bx_1$
1 янв 18	$Sb^3 - b^2\cdot x_1 - bx_1 - x_1$
31 дек 18	$Sb^4 - b^3\cdot x_1 - b^2\cdot x_1 - b\cdot x_1$
1 янв 19	$Sb^4 - b^3\cdot x_1 - b^2\cdot x_1 - b\cdot x_1 - x_1 = 0$

Получаем:

$\begin{cases} Sb^2 - bx_2 - x_2 = 0 & (1) \\ Sb^4 - b^3x_1 - b^2x_1 - bx_1 - x_1 = 0 & (2) \end{cases}$

Выразим Sb^2:
$Sb^2 = b\cdot x_2 + x_2$

Подставим:
$(bx_2 + x_2)\,b^2 - b^3\cdot x_1 - b^2\cdot x_1 - bx_1 - x_1 = 0$

$b^3\cdot x_2 + b^2\cdot x_2 - b^3\cdot x_1 - b^2\cdot x_1 - bx_1 - x_1 = 0$

$b^2x_2\cdot(b+1) - b^2\cdot x_1\cdot(b+1) - x_1\cdot(b+1) = 0$

$(b+1)\,(b^2x_2 - b^2\cdot x_1 - x_1) = 0$

$b = -1$
$1 + \frac{a}{100} = -1$
$\frac{a}{100} = -2$
$a = -200$
$\varnothing$

$b^2\cdot(x_2 - x_1) = x_1$

$b^2 = \frac{x_1}{x_2 - x_1}$

$b^2 = \frac{2\,592\,\cancel{000}}{1800\,\cancel{000}}$

$b^2 = \frac{1296}{900}$

$b = \frac{36}{30} = 1{,}2$

$1 + \frac{a}{100} = 1{,}2$

$\frac{a}{100} = 0{,}2$

$a = 20\%$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD.

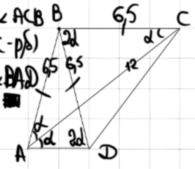
а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD.

б) Найдите CD, если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6{,}5$.

5CBC00

Источники:
FIPI (старый банк)
СтатГрад 26.01.2017

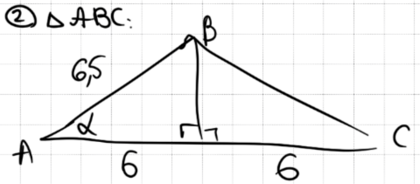
а) Пусть $\angle CAD = \alpha$
Тогда $\angle ACB = \alpha$ (накрест. леж.)
$\angle BAC = \alpha = \angle ACB$
(т.к. $\triangle ABC$ - р/б)
$\Rightarrow AC$ - биссектр. BAD



Ответ: 5

б) ① $\angle ADB = 2\alpha$
$\angle DBC = 2\alpha$ (накрест леж.)

② $\triangle ABC$:

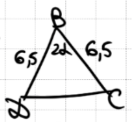


$\cos\alpha = \frac{6}{6{,}5} = \frac{12}{13}$

$\sin\alpha = \frac{5}{13}$

$\cos 2\alpha = \frac{144}{169} - \frac{25}{169} = \frac{119}{169}$

③ $\triangle BCD$:



$CD^2 = 6{,}5^2 + 6{,}5^2 - 2\cdot 6{,}5\cdot 6{,}5\cdot \frac{119}{169}$

$= \left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \cancel{2}\cdot\frac{\cancel{13}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{13}}{2}\cdot\frac{119}{\cancel{169}}$

$= \frac{169}{2} - \frac{119}{2} = \frac{50}{2} = 25$

$CD = 5$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(2x-x^2)^2 - 4\sqrt{2x-x^2} = a^2-4a$$

имеет хотя бы один корень.

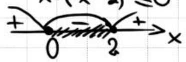
Источники:
Основная волна (Резерв) 2018
Пробный ЕГЭ 2019
Пробный ЕГЭ 2015

Пусть $\sqrt{2x-x^2}=t$ $\quad t\geqslant 0$

ОДЗ: $2x-x^2\geqslant 0$

$x^2-2x\leqslant 0$

$x\cdot(x-2)\leqslant 0$



Наибольшее значение $\sqrt{2x-x^2}$ достигается в вершине параболы $y=2x-x^2$, т.е. при $x_0=\frac{-2}{-2}=1$

$t_{наиб.}=1$

$\Rightarrow 0\leqslant t\leqslant 1$

Получаем $t^4-4t=a^2-4a$

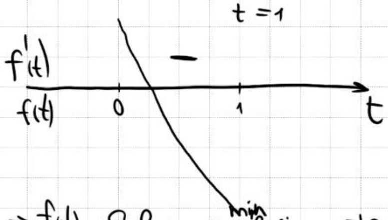
Пусть $f(t)=t^4-4t$ $\quad 0\leqslant t\leqslant 1$

Исследуем её на монотонность

$f'(t)=4t^3-4$

$4t^3-4=0$

$t=1$



$\Rightarrow f(t)$ убывает на всём отрезке $[0;1]$

$f(0)=0^4-4\cdot 0=0$

$f(1)=1^4-4\cdot 1=-3$

Ответ: $[0;1]\cup[3;4]$

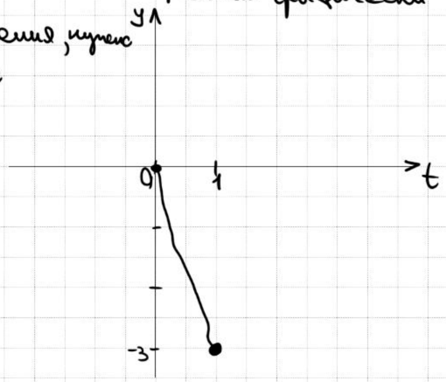
Решим графически $t^4-4t=a^2-4a$

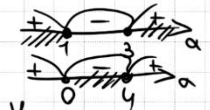
Чтобы были решения, нужно

$-3\leqslant a^2-4a\leqslant 0$

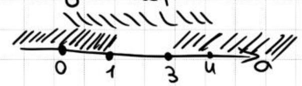
$\begin{cases}-3\leqslant a^2-4a\\ a^2-4a\leqslant 0\end{cases}$

$\begin{cases}a^2-4a+3\geqslant 0\\ a^2-4a\leqslant 0\end{cases}$





Найдём пересечение



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.

а) Может ли на доске быть 5 чисел?

б) Может ли на доске быть 6 чисел?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

EC9829

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2017

а) 6 7 8 9 10
или
6 7 8 9 11

Ответ: а) да

б) Пусть
$a < b < c < d < e < f$
$b \geq 7$, $e \leq 9$

получаем, что
$b \geq 7$
$e \leq 9$, т.к. иначе не выполн. усл. задачи

Но тогда $c \geq 8$ (т.к. $b \geq 7$)
$d \leq 8$ (т.к. $e \leq 9$)
т.е. c и d не смогут быть различными, что противоречит усл.

Ответ: б) нет

в) ① Пусть $a < b < c < d$
$b \geq 7$, $c \leq 9$

② Рассмотрим какие случаи могут быть
a 7 8 d
a 7 9 d
a 8 9 d

Ответ:
а)
б)
в)

③ Случай #1: $a < 7 < 8 < d$
$a = 6$
$d = 9$
$d = 10$
$d = 11$
$d = 12$

$S \leq 6 + 7 + 8 + 12$
$S \leq 33$

Случай #2: $a < 7 < 9 < d$
$a = 6$
$d = 10$
$d = 11$

$S \leq 6 + 7 + 9 + 11$
$S \leq 33$

Случай #3: $a < 8 < 9 < d$
$a = 6$
$a = 7$
$d = 10$
$d = 11$

$S \leq 7 + 8 + 9 + 11$
$S \leq 35$

④ Покажем, что $S = 35$ может быть 7 8 9 11

Ответ: в) 35

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.