#### Тренировочный вариант №8

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже <u>образцу</u> в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

KNM

Ответ: \_-0,8\_\_\_

□ **-** 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

# Желаем успеха!

## Справочные материалы

$$\sin^{2}\alpha + \cos^{2}\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha$$

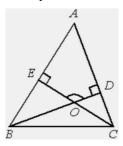
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

### Часть 1

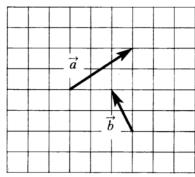
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В треугольнике ABC угол A равен  $56^{\circ}$ , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



Ответ: .

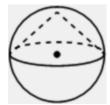
2 Найдите длину разности векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , изображённых на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$ .



Ответ:



Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен  $10\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.



Ответ:

4 Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

5 Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения

 $\sqrt[3]{x+3} = 5.$ 

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения

 $\left(\sqrt{12}-\sqrt{75}\right)\cdot\sqrt{12}.$ 

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

8 Прямая y = -3x - 5 является касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x + c$ . Найдите c.

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

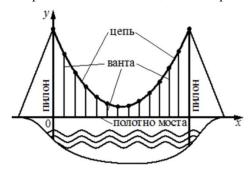
**9** На рисунке изображена схема моста. Вертикальные *пилоны* связаны провисающей *цепью*. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают *полотно* моста, называются *вантами*.

Введём систему координат:

ось Oy направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой

$$y = 0.0043x^2 - 0.74x + 35$$
,

где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 70 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



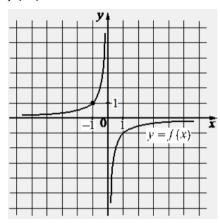
Ответ: \_\_\_\_\_

Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 25 км. Путь из A в B занял у туриста 6 часов, из которых 1 час ушёл на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_.



11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение f(10).



12 Найдите точку максимума функции

$$y = \ln(x+9) - 10x + 7.$$

Ответ:

He забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

### Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{2}.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .
- На рёбрах  $DD_1$  и  $BB_1$  куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причём DP = 10, а  $B_1Q = 4$ . Плоскость  $A_1PQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке M.
  - а) Докажите, что точка M является серединой ребра  $CC_1$ .
  - б) Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $A_1 PQ$
- 15 Решите неравенство

$$\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \le 1.$$

- В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 600 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
  - в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;
  - в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
  - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
  - к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма выплат составит 930 тыс. рублей?



- **17** Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H.
  - а) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$ .
  - б) Найдите BC, если AH = 4 и  $\angle BAC = 60^{\circ}$ .
- **18** Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$2^{x} - a = \sqrt{4^{x} - 3a}$$

имеет единственный корень.

- а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?
  - б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.
  - в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



## Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	124
2	4
3	20
4	0,08
5	0,6
6	122
7	-18
8	20
9	4,27
10	5
11	-0,1
12	-8,9
13	a) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ 6) $\frac{13\pi}{4}$
14	$\frac{36\sqrt{41}}{41}$
15	[2; 3)
16	16
17	$4\sqrt{3}$
18	$(-3;0) \cup (0;3]$
19	а) нет б) 2 3 4 5 6 7 в) 12

## Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

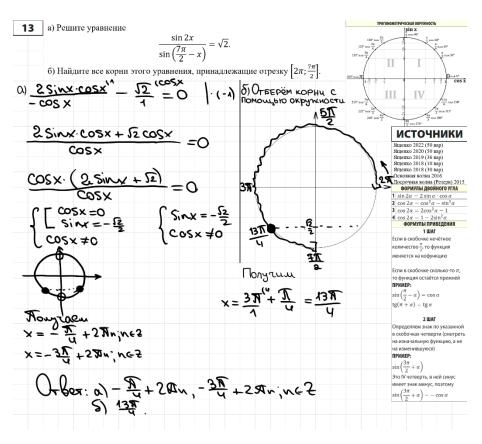
Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13-19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте $a$ ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта $a$ и пункта $\delta$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

<b>14</b> На рёбрах $DD_1$ и $BB_1$ куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 12 отмечены точки $P$ и $Q$ $DP = 10$ , а $B_1Q = 4$ . Плоскость $A_1PQ$ пересекает ребро $CC_1$ в точке $M$ .	соответственно, причём ИСТОЧНИКИ Основная волна (Резерв) 2016
а) Докажите, что точка <i>М</i> является серединой ребра <i>CC</i> <sub>1</sub> .	Основная волна (Резерв) 2016
6) Найдите расстояние от точки $C_1$ до плоскости $A_1 PQ$ .	25
a) a Macapoemo cor.	STON CIPOME
Mocrpoum AAP	30, 1/0 1000
, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	E = \$ Spam (n) 3 Scampe
Mocrham PM rouge 1	<b>-</b> 4
wol PM 11A,Quam.	<sup>2</sup> M
(caga) 1º 0	2 Hargen Span
Mocofau QM	
A, GMP-cereme	DM= 122 + 12 = 420=
A B	QM= J122+22 = Hu8=257
1) Tocaform PE Tourys, TTO PE 11 C.D.	PQ = \(\frac{12\overline{\gamma}}{2} + 2^2 = \overline{22} = 2\overline{32}
CABAPE - WAR - K	
C'E = 5 = 20'b	COS 010 - 160+148-292 - 161
<i>b</i> / c	COS 2 PMQ = 160+148-292 - 161720
	Sin Di a \$369
3 L A1B1Q = LPEM NO YCY $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$	Sin_pmQ = \(\frac{3369}{\sqrt{370}}\)
$A_1 A_2 - OC$	3 1 5 5
( 2 B1A1 Q = L EPM LPEM = LA1B1Q	SPQW = 12.010.2137.000 =
, ZrEM=ZABIQY	- 49 E
⇒ EM=4 = β1Q	= 12 [41]
7. c lou	yroem
	0, /
M-cefegnus CC. 12541	$\cdot \  \   \   \begin{array}{c} -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 \cdot 12 \end{array}$
	36 30 60
h	= 36 = 365H
	Orber: 3654
	١ ١ ٩٠٠

Содержание критерия		Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта	а, и	3
обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$		
Получен обоснованный ответ в пункте $\delta$ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ арифметической ошибки	-	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ		1



получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при		
этом имеется верная последовательность всех шагов решения		
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0	
перечисленных выше	U	
Максимальный балл	2	

16 В июл	е 2025 года планируется взять кредит	в банке на 600 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:	источни
		оастает на $r$ % по съвднению с концом предыдущего года; астает на 15% па сравнению с концом предыдущего года;	Основная волна 2021 Ященко 2022 (36 вар)
– в ик		одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;	
	одю 2031 года долг должен быть полно равно r, если общая сумма выплат сос		
Tyczb	$\beta = (\frac{1}{400} + 1)$	0.C.B. = 930 TAC.	
wars -	mechy history	x 6006-500 + 5008-400+4006-3	500 + 145 + 130 + 115 = C
1			
Dora	Cyuna opira		
W25	600 96120	15006 = 930 + 1200 - 3	390
8 OO	600.6		
M')	Esma 6006	-500	
4 60	500	1500.6 = 1740	
$D \cap \mathcal{P}$	500B		
M	⇒8.6.500b	-400 D 1746 29.4	
u (1)	<b>ЧОО</b>	$6 = \frac{1740}{1500} = \frac{29.4}{25.4} =$	: 1,16
00,	400B		
$\sim / $	⇒&6.400G-	300 1 <u>F</u> 1	6
u hO	300	$1 + \frac{1}{100} = 1 + \frac{1}{100}$	$\frac{\circ}{\circ}$
300 L	300-115 = 345	<b>`</b>	~
m/4	⇒t.b. 345-	200=145 F=16 %	
4 (4 )	200		
1 OC 1	500 145 =530 200 145 =530	)	
4 5/ 1			
u 00	100		
7 7	100 · 1,45 = 145 ⇒8.6 · 115		
M 5/1	0		
<b>V</b>	O		
$\cap$	Q07. 1C		
<b>S</b>	ac. 10.		

Содержание критерия		
Обоснованно получен верный ответ		
Верно построена математическая модель		
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0	
Максимальный балл	2	

при обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$ с использованием	
утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

<b>15</b> Решите неравенство $\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \le 1.$		ИСТОЧНИКИ Основная волна (Резерв) 2022 Досрочная волна 2019
Tyers 3'=t		
$\frac{t^2 + 2t - 412}{t - 27} - \frac{1}{1} \le 0$		
$\frac{t^2 + 2t - 44 - t + 27}{t - 27} \le 0$		
$\frac{t^2 + t - 90}{t - 27} \le 0$		
HI-HH-10 9 11 11 11 27		
[ t < -10		
3 <sup>×</sup> ≤ -10 her pemennin	$3^{2} \leqslant 3^{4} \leqslant 3^{3}$ $2 \leqslant x \leqslant 3$	
Orber: [5:3)	2 3 ^ 5	

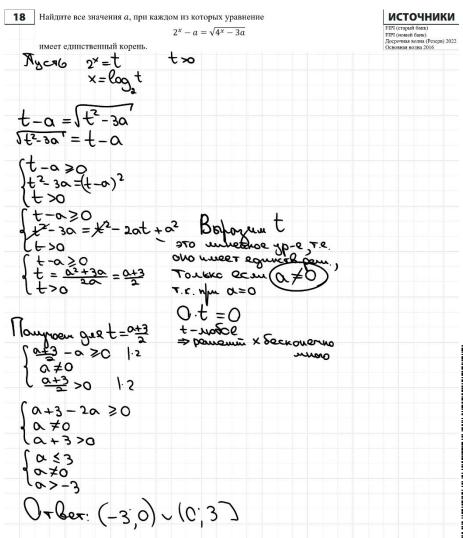
Содержание критерия		
Обоснованно получен верный ответ	2	
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного		
исключением / включением граничных точек	1	
ИЛИ		



<b>17</b> Высоты $BB_1$ и $CC_1$ остроугольного треугольника $A$	. Diete intitut
а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$ . 6) Найдите $BC$ , если $AH = 4$ и $\angle BAC = 60^\circ$ .	FPP (nomañ 6airk) Simeira 2018 Cembror 2015
Mycro AA,- Bbeoro AABC.  a) Tycro 2 ANB1 = d	$\delta_1 \otimes \delta_2 = \frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC} = \kappa$
Togo < KAB, = 180-90-2=90-0	
AAAA:	a ABC ~ a ACIBA no 2 whon
∠ ACA = 180-90-(90-1)=1 ∠ AKB1	K= COS60° = 1/2 " young A
271.61	$\beta_1 = \frac{1}{2}BC$
подобие АВС и НВК	, c
	2 LAC1N=900
$\cos B = \frac{BK}{AB}$ $\cos B = \frac{BK}{AB}$	2 ABAN = 90°
$\frac{GBA}{AB} = \frac{BC}{BC}$ м угол $B$ — общий)	Onemen oxp-76 oxaco ACINBA
(AB BC "STORY" SOMETHIN	AN=U=d copromospon Al
	R=2
	3 no 7. 5.n
	BACL = 2R BACA.
	3in60° = 2R PACA = 4
	0,0=23
	BC = 45
	Orber U.S.

Содержание критерия				
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и	3			
обоснованно получен верный ответ в пункте б				
Получен обоснованный ответ в пункте $\delta$				
ИЛИ				
имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при				
обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ из-за				
арифметической ошибки				
Имеется верное доказательство утверждения пункта а,				
или				
при обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ				
из-за арифметической ошибки,	1			
или				
обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$ с использованием				
утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен				

Решение	не	соответствует	НИ	одному	ИЗ	критериев,	0
перечисле	нных	к выше					U
Максимальный балл				3			





Единый государственный экзамен, 2024 г.

МАТЕМАТИКА, 11 класс. Профильный уровень.

С помощью верного рассуждения получено множество значений а, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $\alpha$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

РЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911

19 а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что

Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.

в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?

источники

FIPI (старый банк) Основная волна 2014 АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ  $1 a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$ 

a) 0, 0, 0, 0, 0, Q<sub>1</sub> + Q<sub>5</sub> = 99

Q<sub>1</sub> + Q<sub>4</sub> + 5d = 9

S<sub>7</sub> =  $\frac{Q_1 + Q_5}{2}$  · 5 = 247,5

MD cymma retu notypituses

No monces 8656 gpochem turnom

Or bes: 0) Net

Or bes: 51 Nomes, 234 567.

b) @ Cp. ap. = Cyma bear rucer = 6,5

Cynna boex rucer = 6,5 n  $\frac{\Omega_A + \Omega_n}{\lambda}$ .  $\kappa = 6.5 \text{ K}$  1.2

 $a_1 + a_n = 13$   $a_1 + a_2 + d \cdot (n-1) = 13$ 201 + d (n-1) = 13

N < 12

Besposim r. q. (n-1) = 13-501

N= 13-201+d 1 mynozumusane ect  $h \leq \frac{13-2.1}{1} + 1$ 

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 Orber: 6112

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах $a$ , $\delta$ и $\epsilon$	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте $\epsilon$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $\epsilon$ или $\epsilon$	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах $a$ и $\delta$ ИЛИ	2



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

- «81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:
- 1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13-19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.
- 2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13-19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.
- 3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13-19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным

расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

