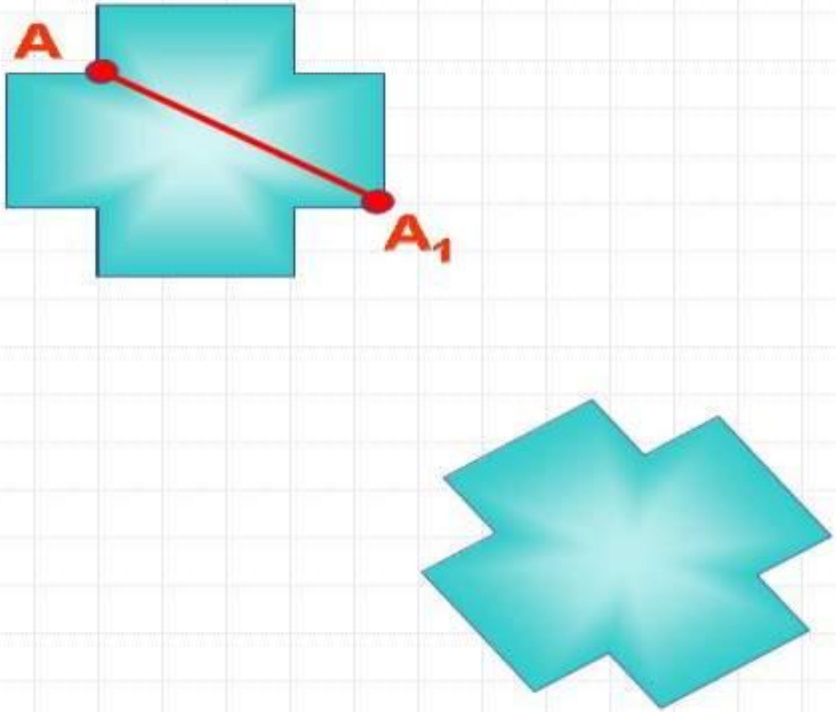
Геометрические преобразования в пространстве

Выполнил: Данилова С.В.

Движение

- **Преобразование одной фигуры в другую,**

  при котором сохраняется **расстояние между точками**



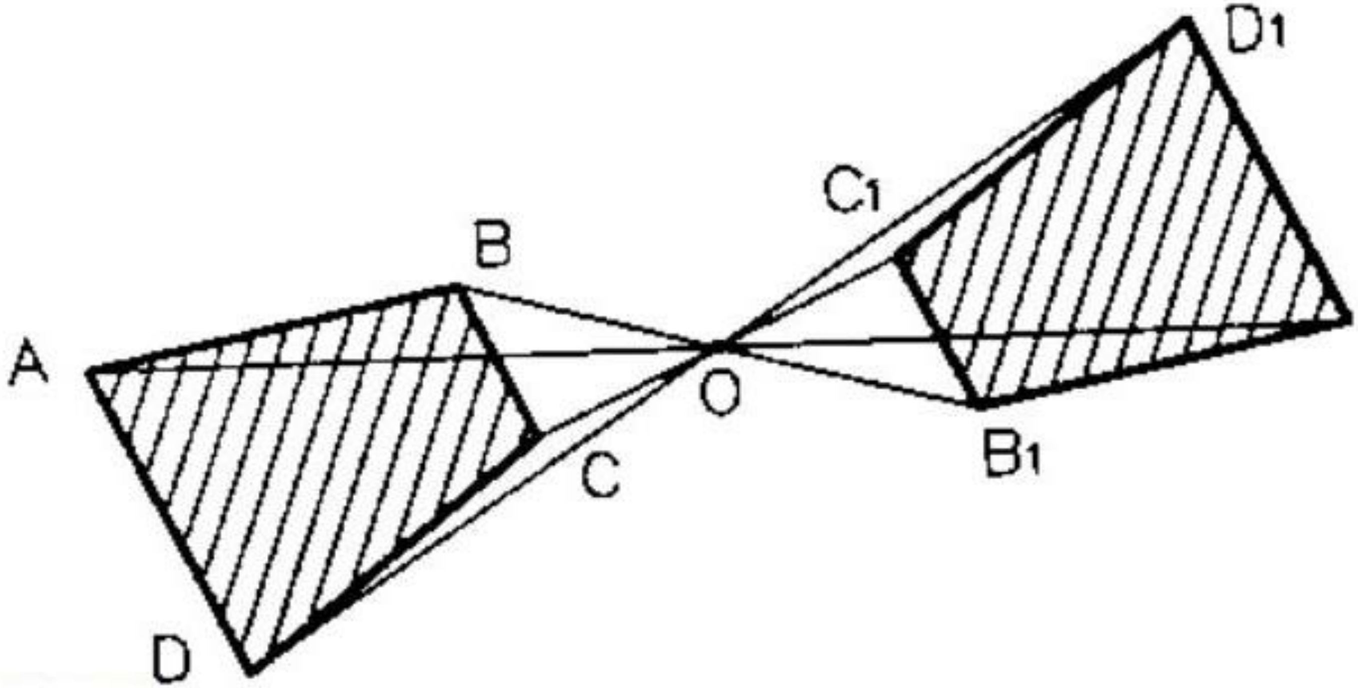
Основные свойства движения в пространстве

- Прямые переходят в прямые
- Полупрямые переходят в полупрямые
- Отрезки переходят в отрезки
- Сохраняются углы между полупрямыми
- Движение переводит плоскости в плоскости

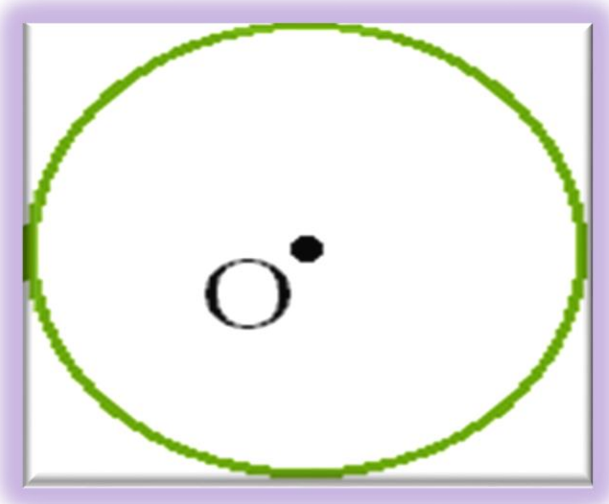
Две фигуры называются равными , если они совмещаются движением

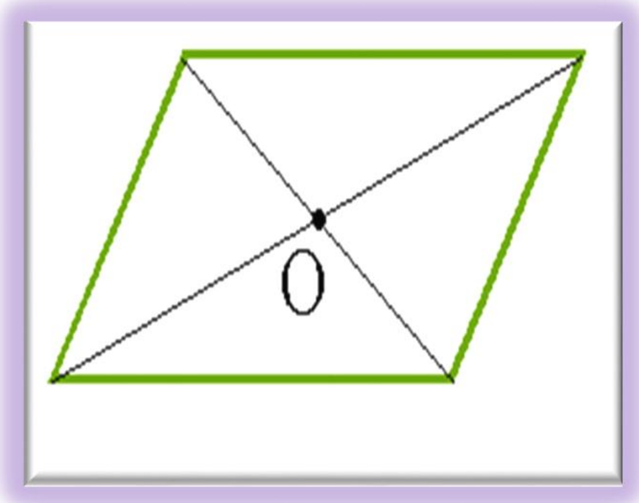
Геометрические преобразования в пространстве.

Центральная симметрия- отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную точку M_1 относительного данного центра О.



Простейшими фигурами, обладающими центральной симметрией, является окружность и параллелограмм.



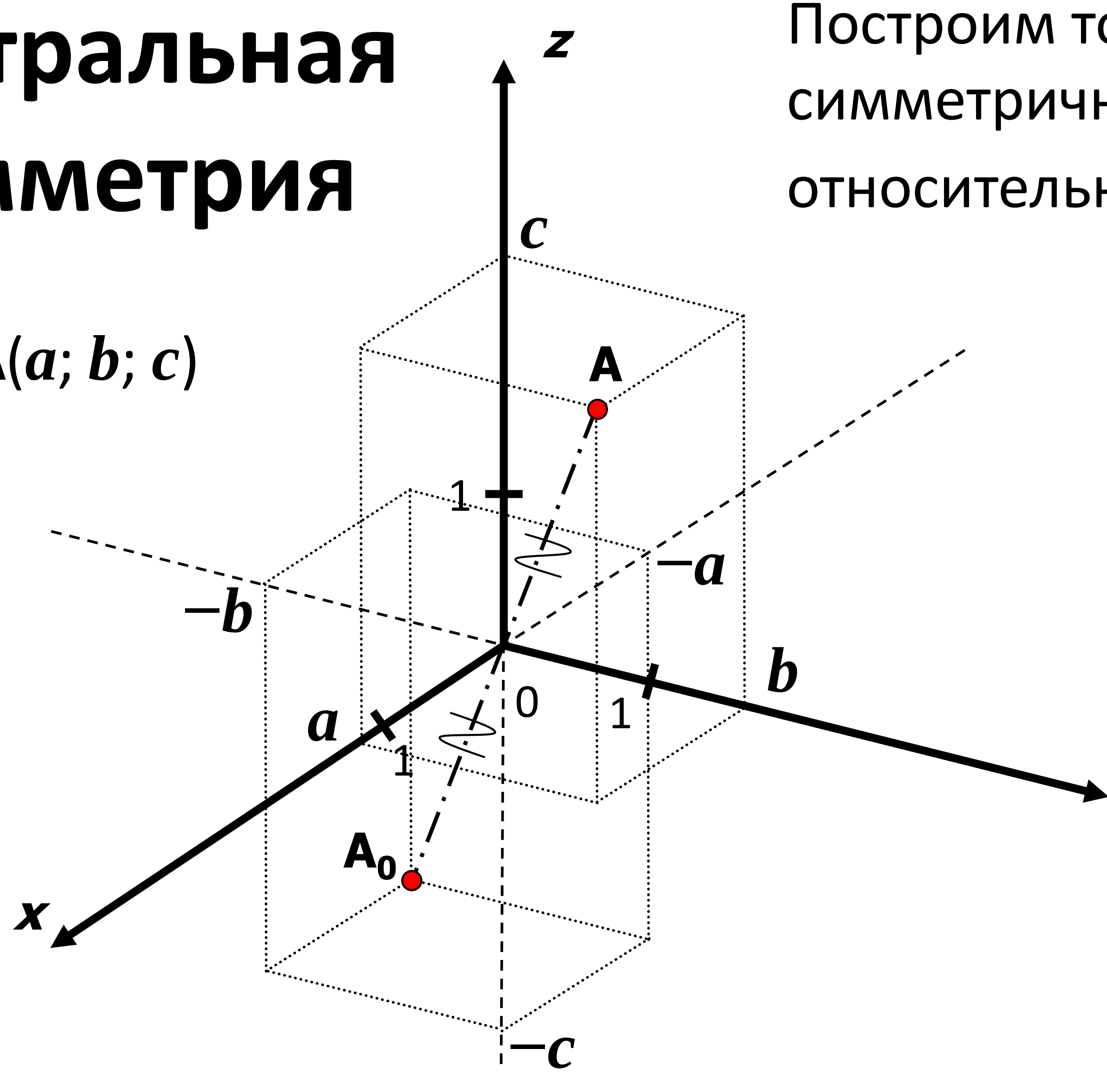


Центром симметрии окружности является центр окружности, а центром симметрии параллелограмма точка пересечения его диагоналей.

Центральная симметрия

Построим точку $\mathbf{A_0}$, симметричную данной точке относительно точки $\boldsymbol{O}$.

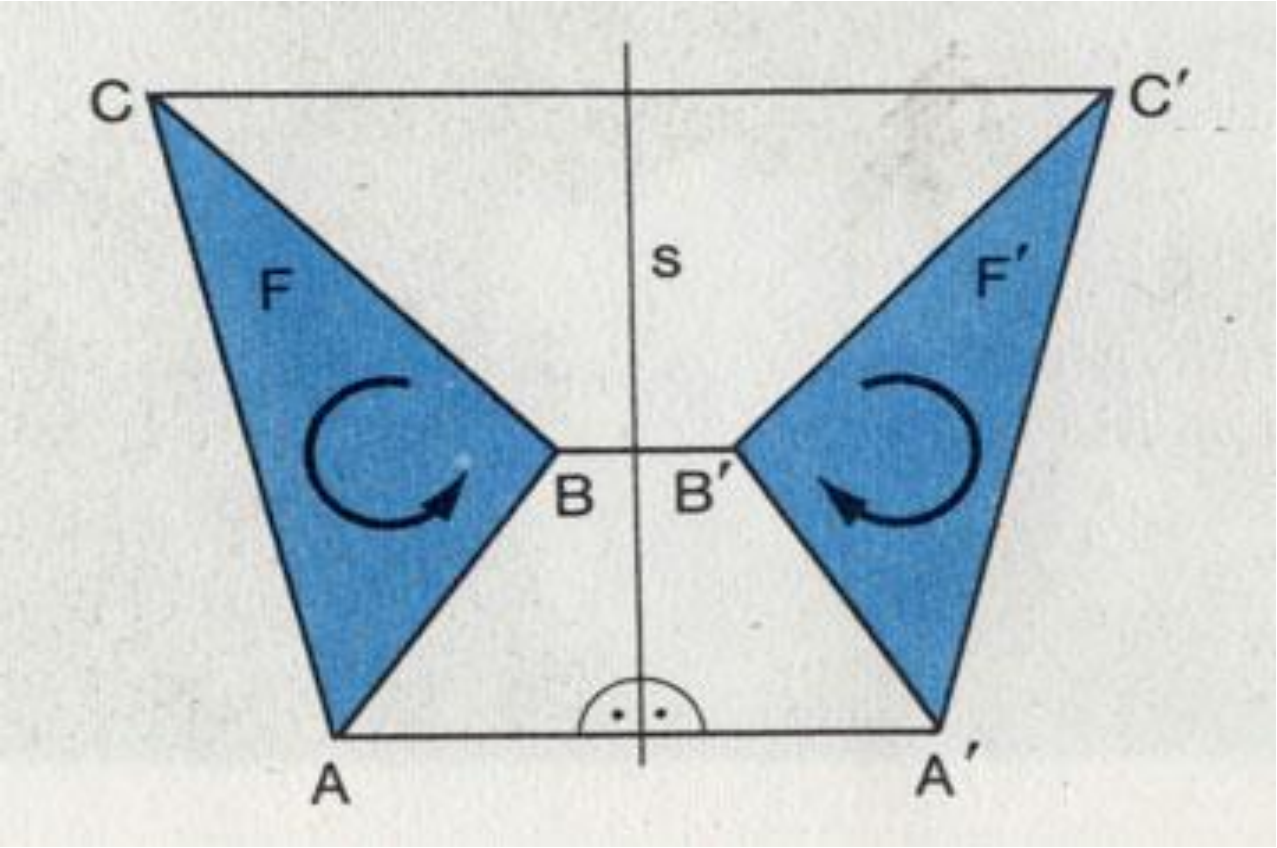
Пусть $\mathbf{A}(a; b; c)$



Координаты точки $\mathbf{A_0}(-a; -b; -c)$.

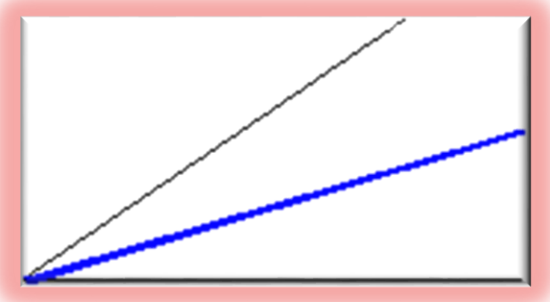


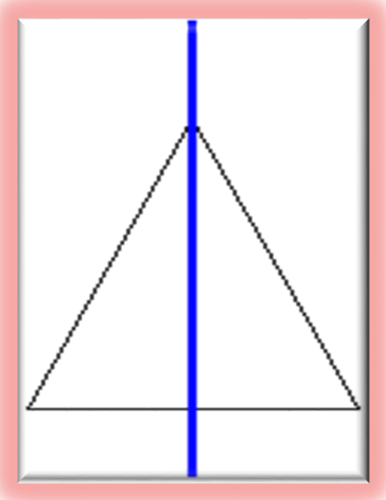

Осевая симметрия с осью а называется такое отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей точку M_1 относительно оси а.



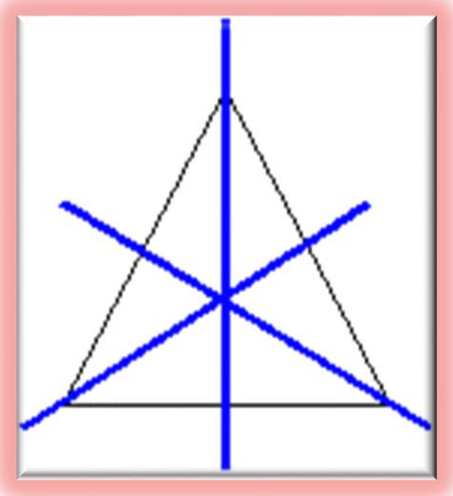
***Фигура называется симметричной относительно прямой а*, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой а также принадлежит этой фигуре. Прямая а называется осью симметрии фигуры. Говорят также, что фигура обладает осевой симметрией.**

У *неразвёрнутого угла* одна ось симметрии - прямая, на которой расположена биссектриса угла.

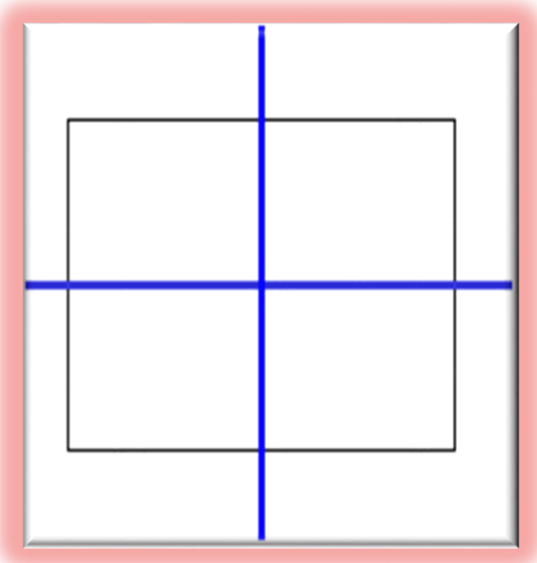
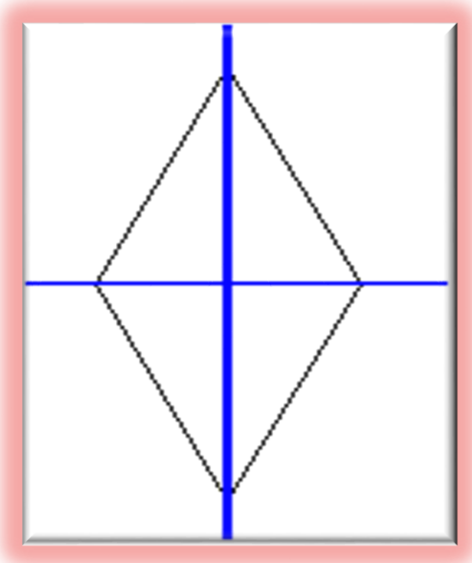
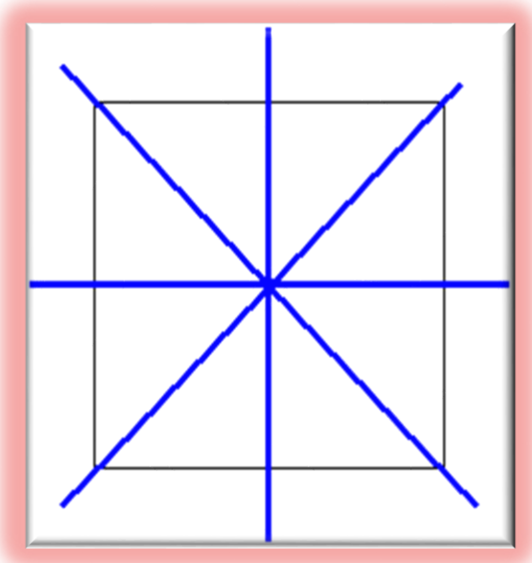




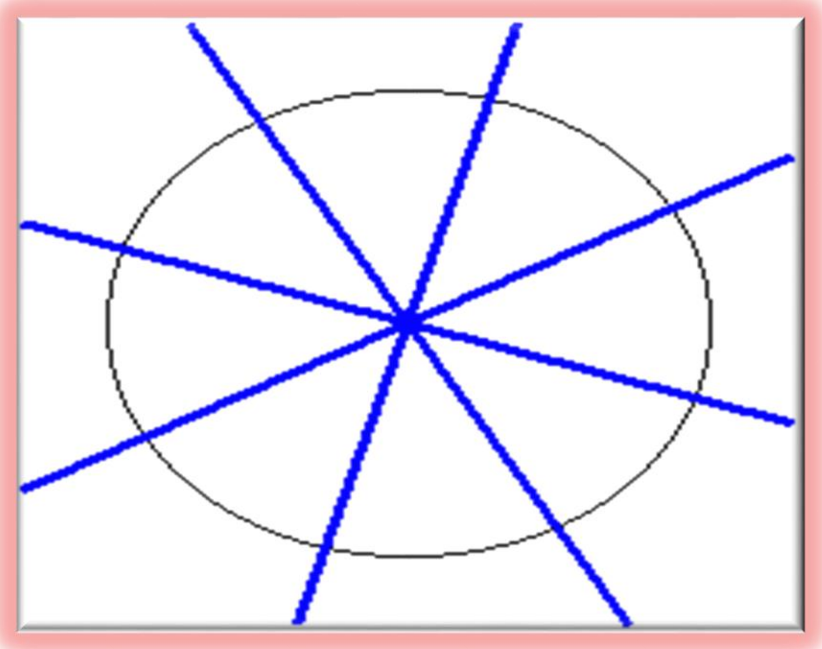
***Равнобедренный*(но не равносторонний) треугольник имеет также одну ось симметрии, а *равносторонний треугольник* - три основные симметрии.**



Прямоугольник и ромб, не являющиеся квадратами имеют по две оси симметрии, а квадрат - четыре оси симметрии.

У окружности их бесконечно много - любая прямая, проходящая через её центр, является осью симметрии.

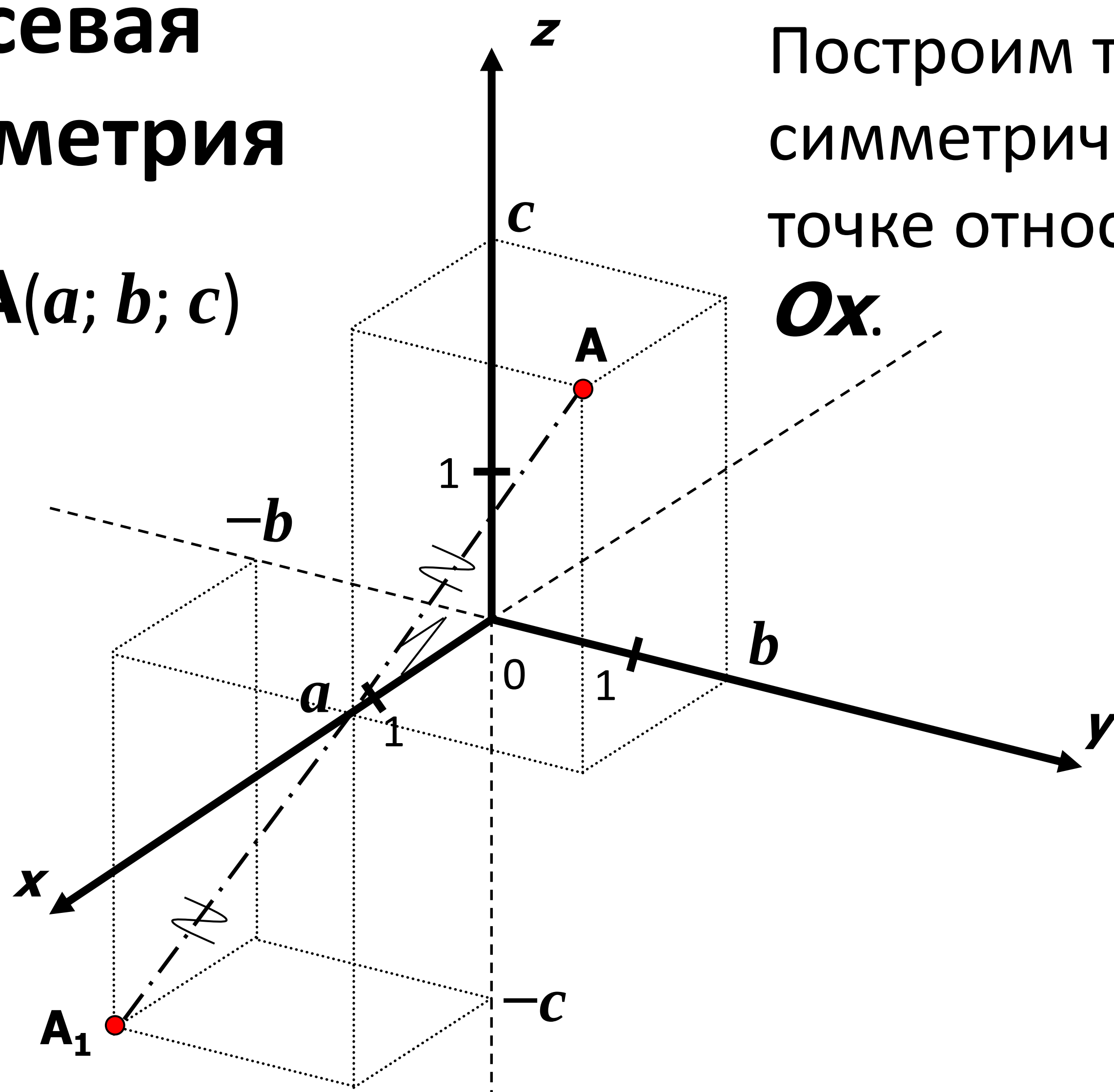


Имеются фигуры, у которых нет ни одной оси симметрии. К таким фигурам относятся параллелограмм, отличный от прямоугольника, разносторонний треугольник.

Осевая симметрия

Пусть **A**$(a;\ b;\ c)$

Построим точку $\mathbf{A_1}$, симметричную данной данной точке относительно оси $\boldsymbol{Ox}$.

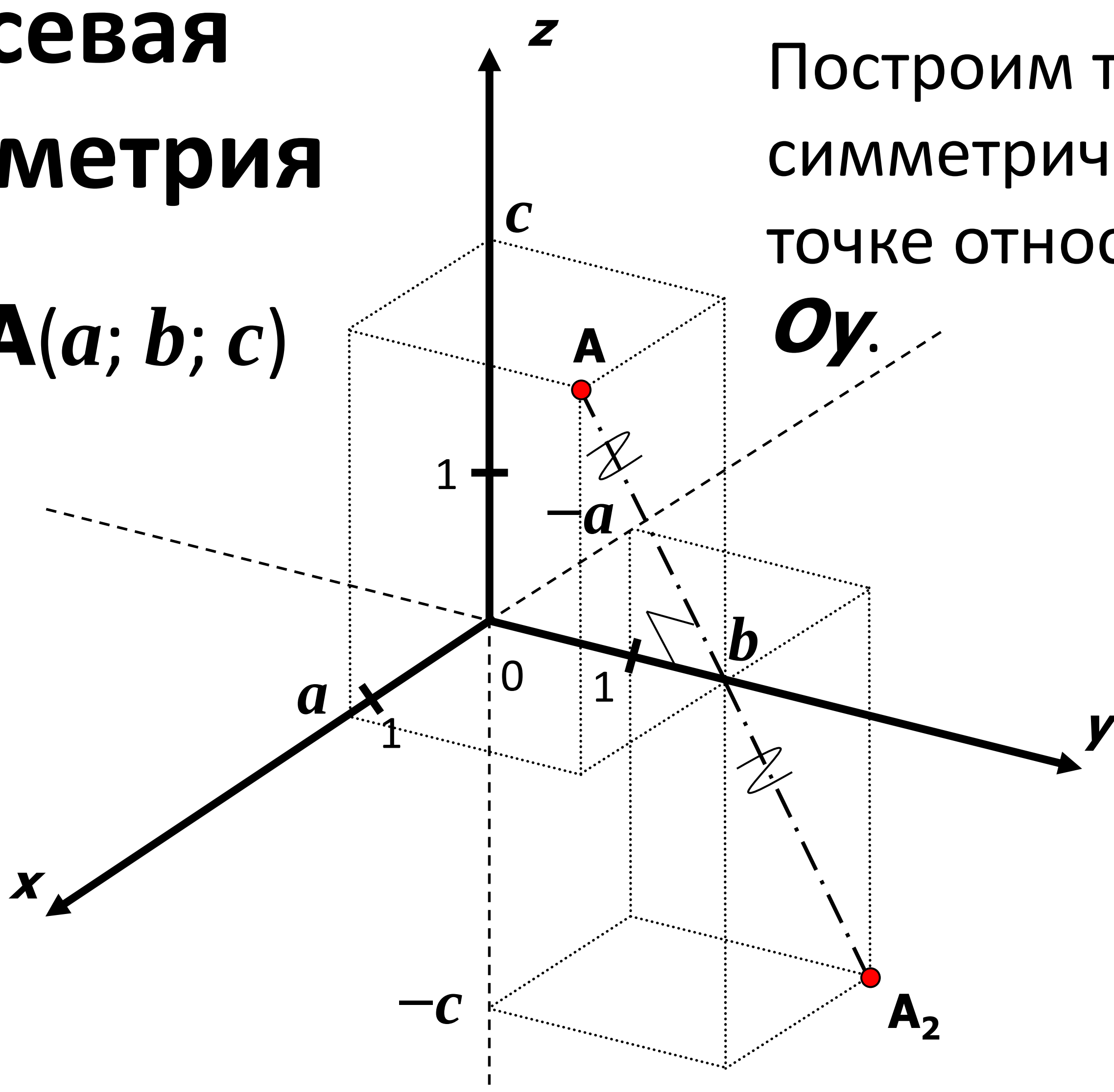


Координаты точки $\mathbf{A_1}(a;\ -b;\ -c)$.

Осевая симметрия

Построим точку $\mathbf{A_2}$, симметричную данной точке относительно оси $\boldsymbol{Oy}$.

Пусть $\mathbf{A}(a; b; c)$

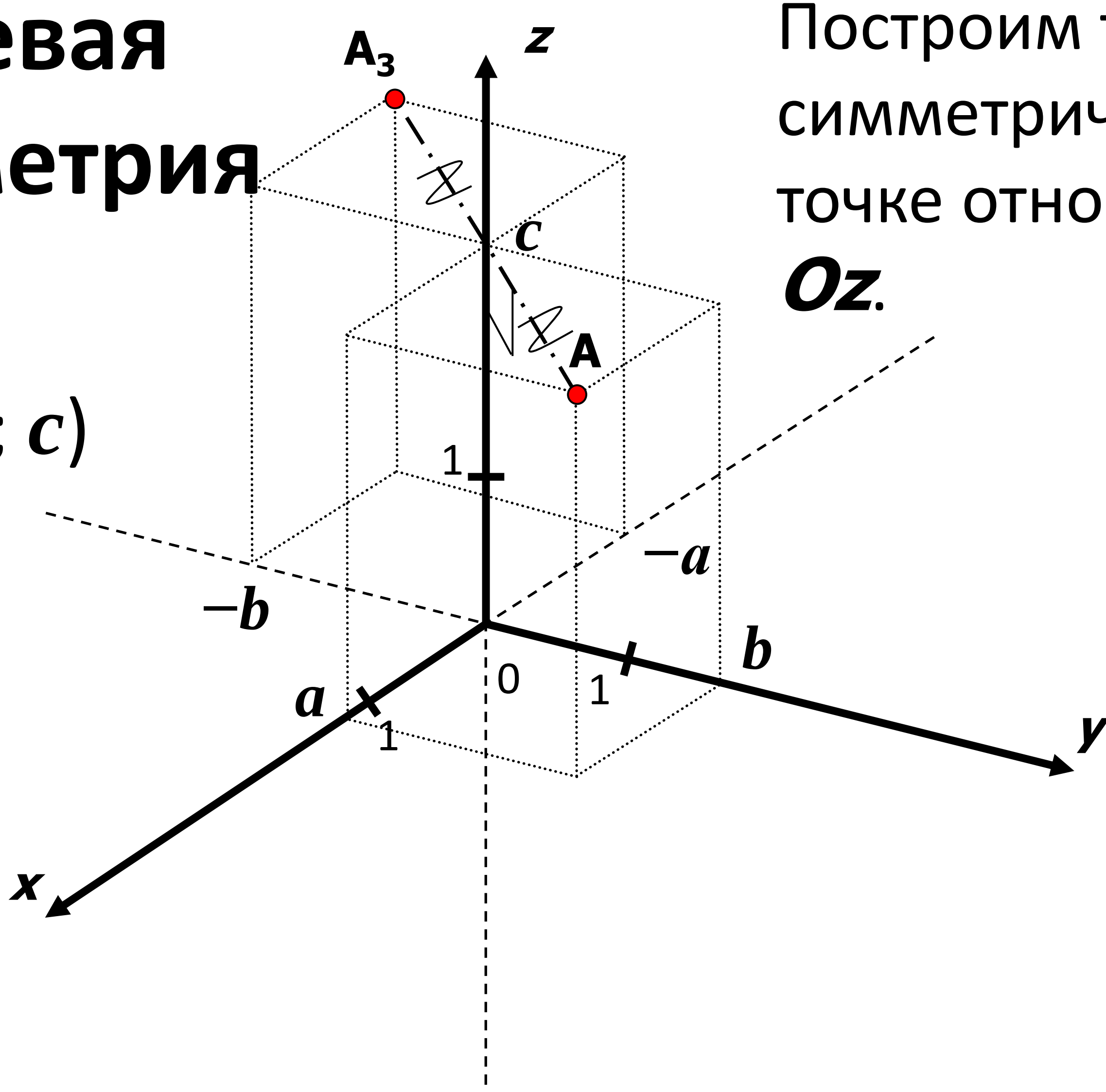


Координаты точки $\mathbf{A_2}(-a; b; -c)$.

Осевая симметрия

Построим точку $\mathbf{A_3}$, симметричную данной точке относительно оси $\boldsymbol{Oz}$.

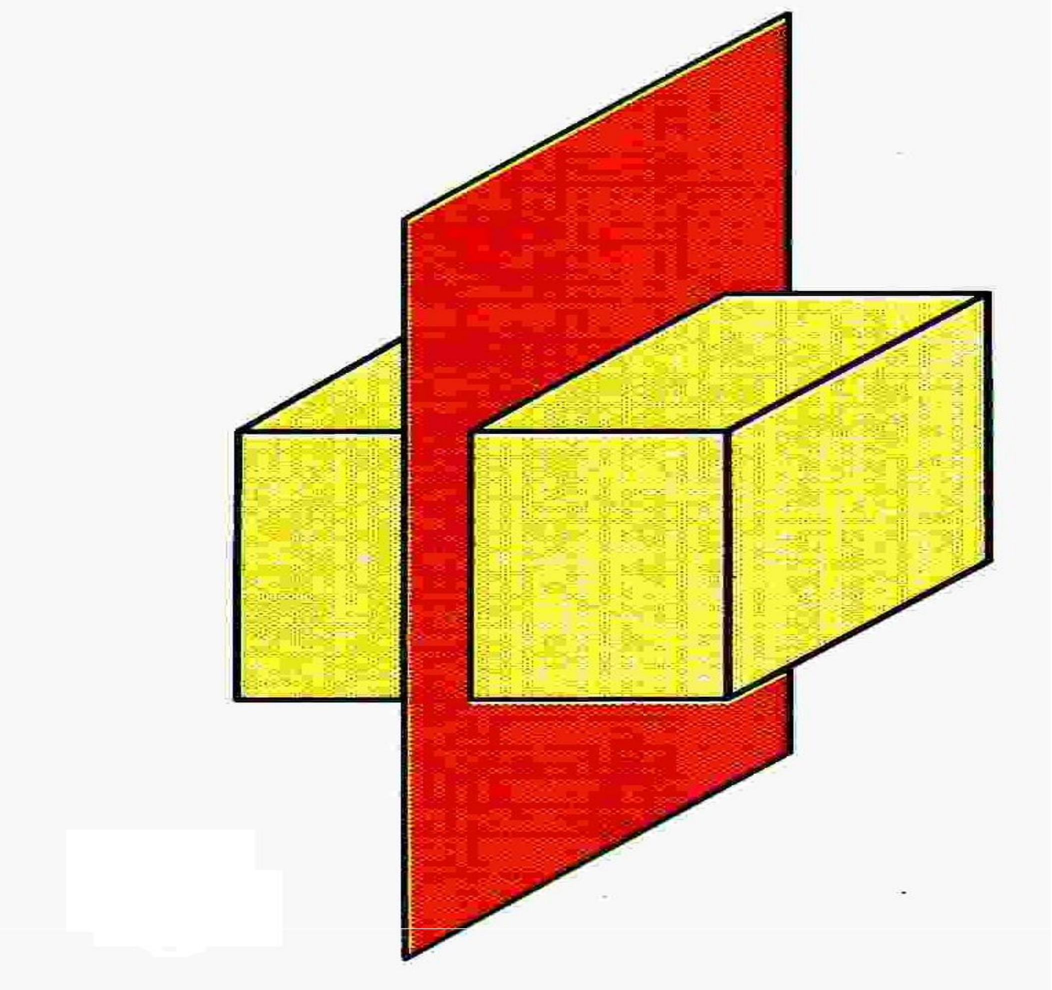
Пусть $\mathbf{A}(a; b; c)$

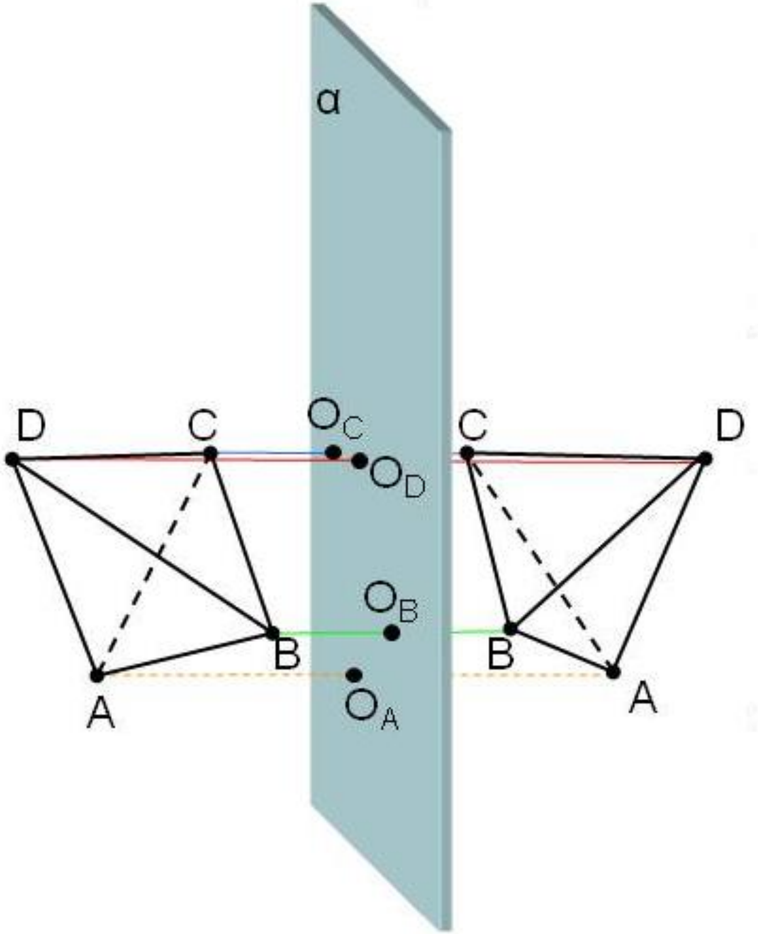


Координаты точки $\mathbf{A_3}(-a; -b; c)$.




Зеркальная симметрия - называется такое отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей относительно плоскости α точку M_1.

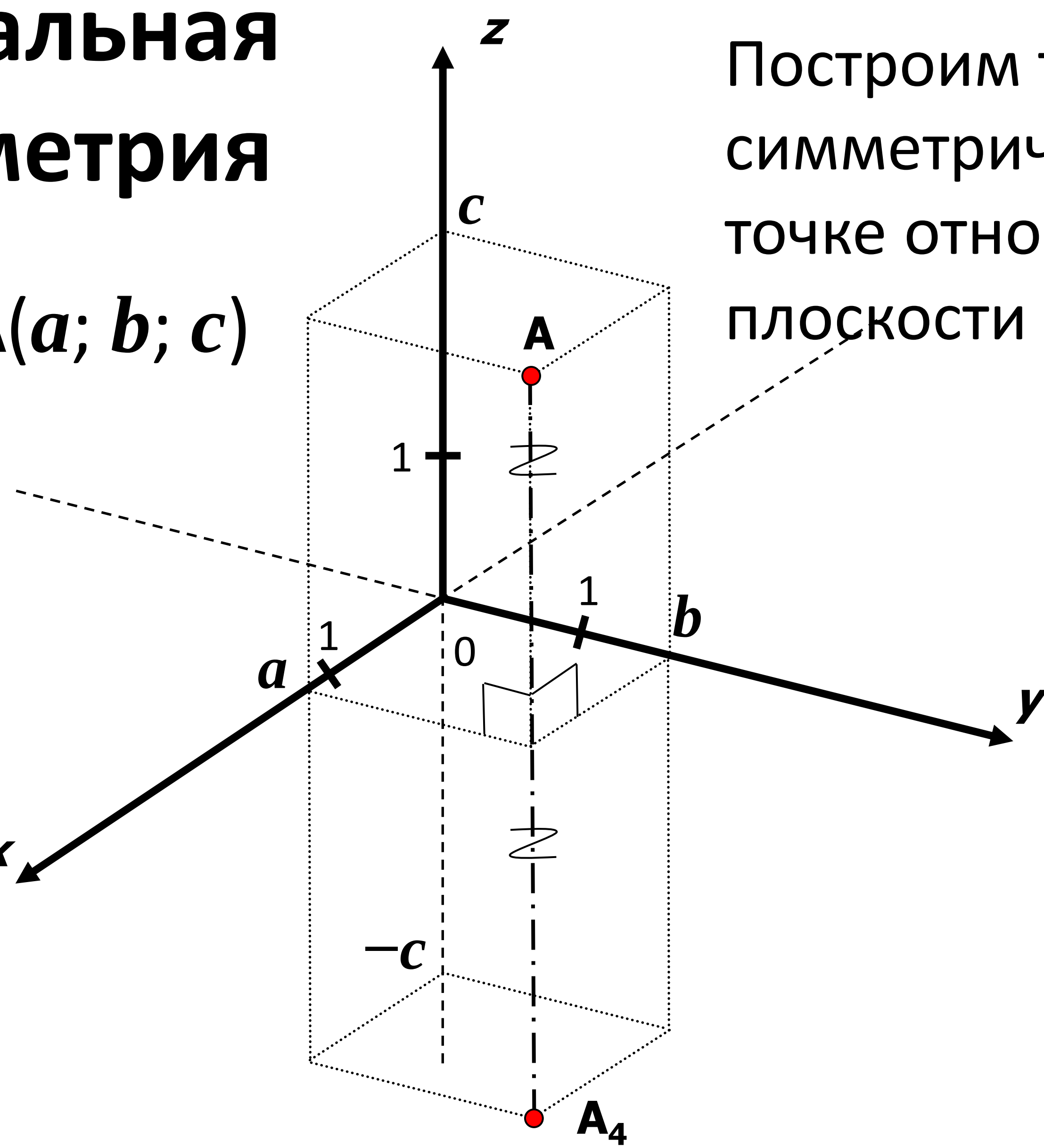




Зеркальная симметрия

Пусть **A**(a; b; c)

Построим точку $\mathbf{A_4}$, симметричную данной точке относительно плоскости ***Oxy***.

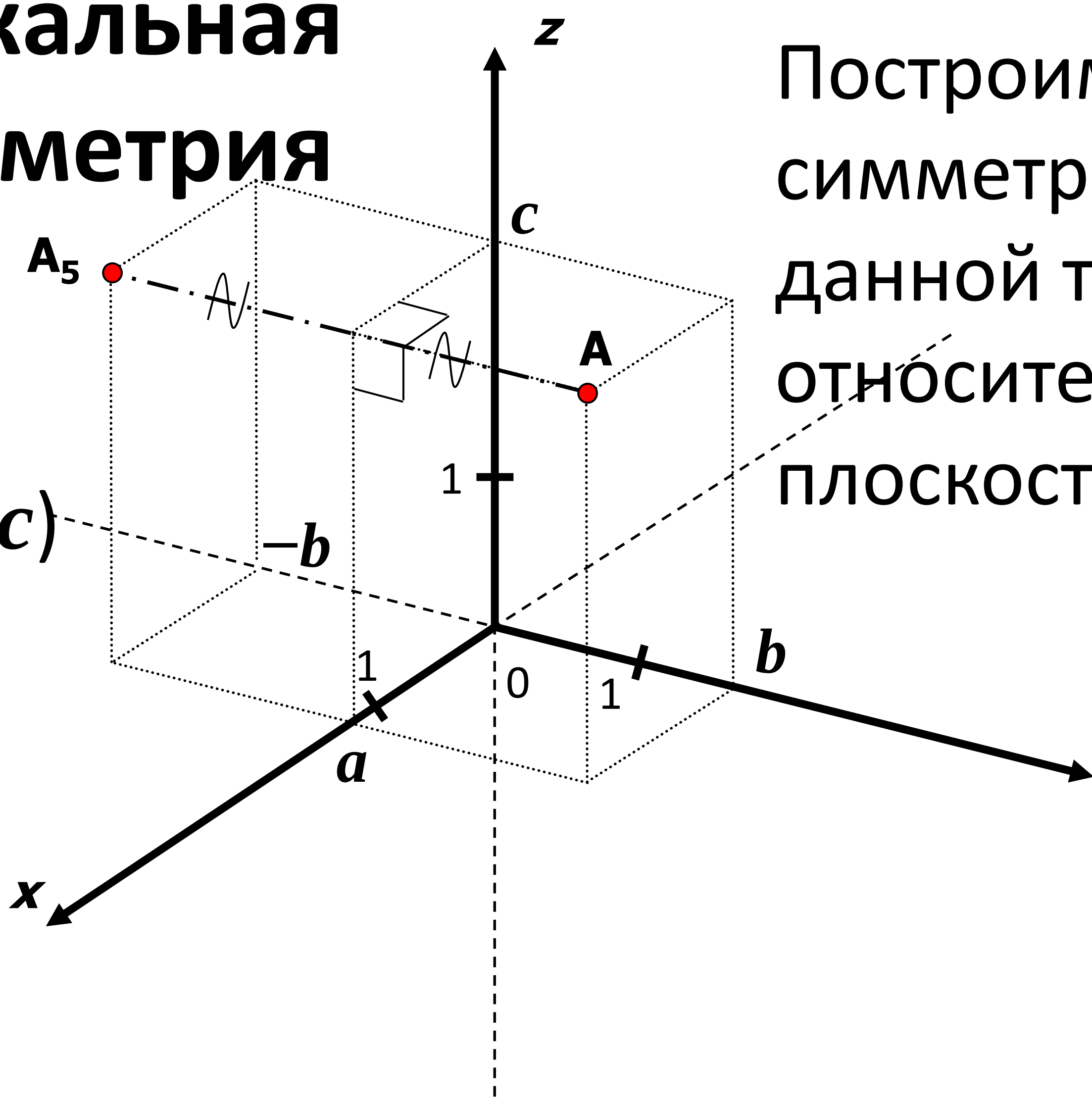


Координаты точки $\mathbf{A_4}$(a; b; $-c$).

Зеркальная симметрия

Построим точку $\mathbf{A_5}$, симметричную данной точке относительно плоскости $\boldsymbol{Oxz}$.

Пусть $\mathbf{A}(a;\, b;\, c)$

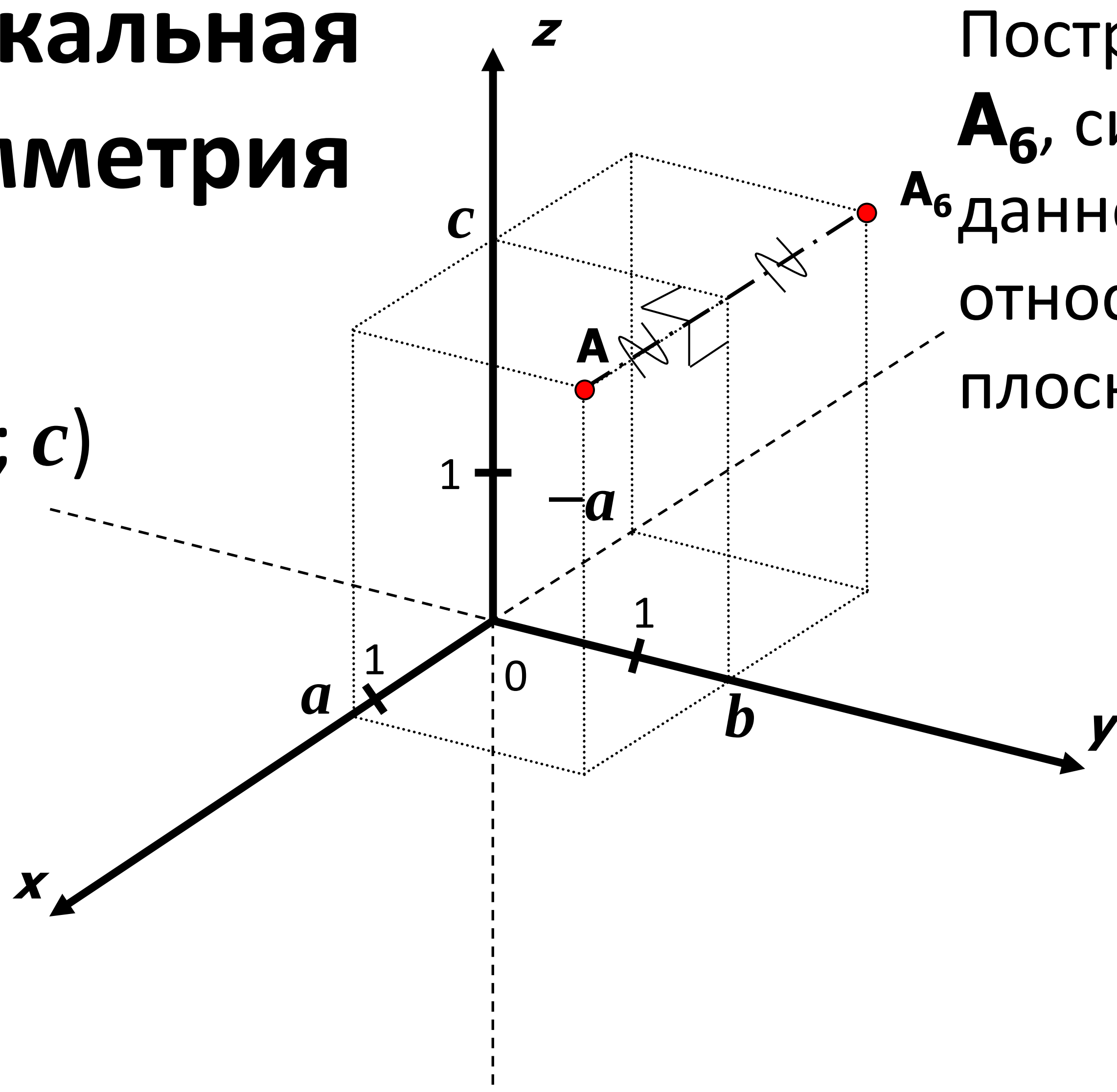


Координаты точки $\mathbf{A_5}(a;\, -b;\, c)$

Зеркальная симметрия

Пусть $\mathbf{A}(a; b; c)$

Построим точку $\mathbf{A_б}$, симметричную данной точке относительно плоскости $\boldsymbol{Oyz}$.



Координаты точки $\mathbf{A_б}(-a; b; c)$.



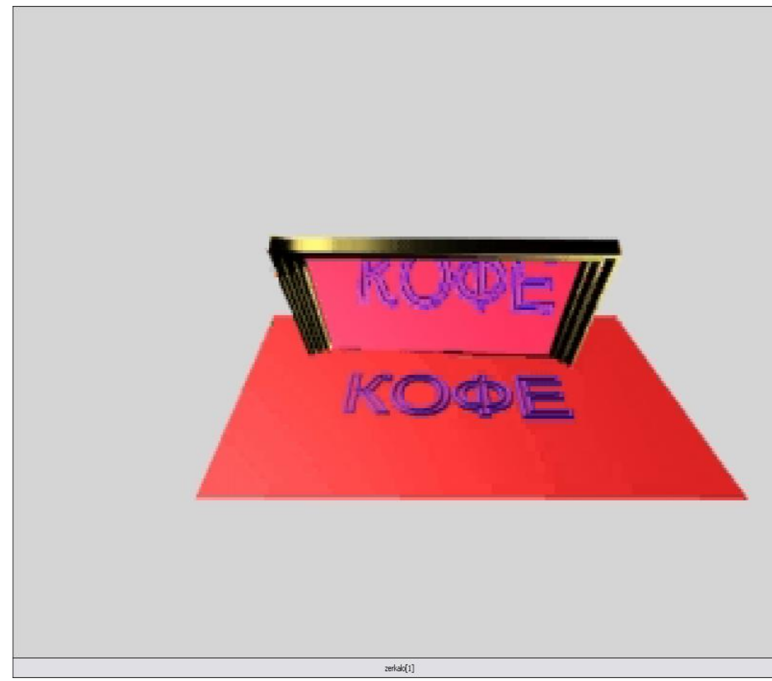

Отражение в воде – хороший пример зеркальной симметрии в природе.
Мы любуемся пейзажами художников, удачными снимками. Горы красиво отражаются на поверхности озера, придавая снимку законченность. Поверхность озера играет роль зеркала, и воспроизводит отражение с геометрической точностью. Поверхность воды есть плоскость симметрии...

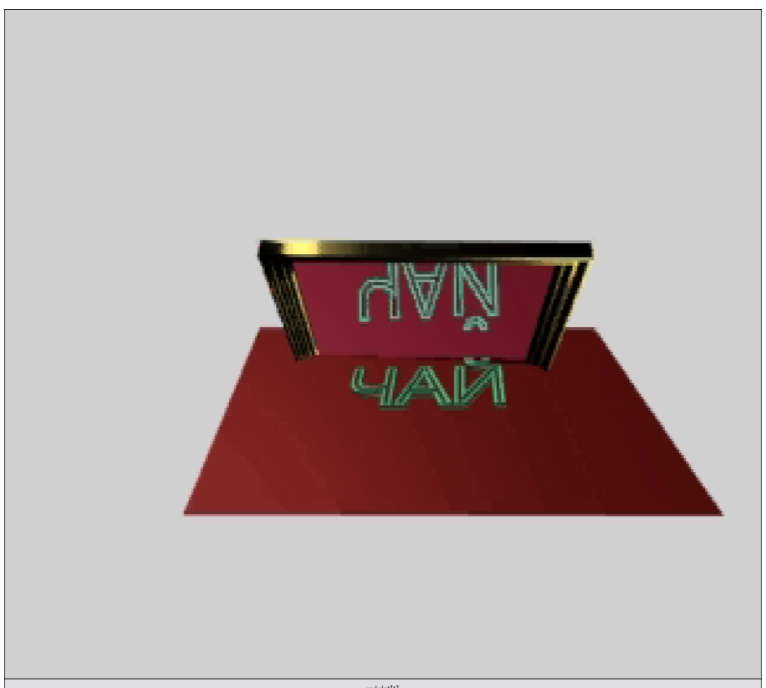
Примерами зеркальных отражений одна другой могут служить рука человека.

Игра с зеркалом

Возьмем зеркало, поставим его вертикально так , чтобы линия пересечения плоскости зеркала с плоскостью листа, на котором написано два слова «ЧАЙ» и «КОФЕ» делила эти слова по горизонтали . Какое слово изменится и почему?

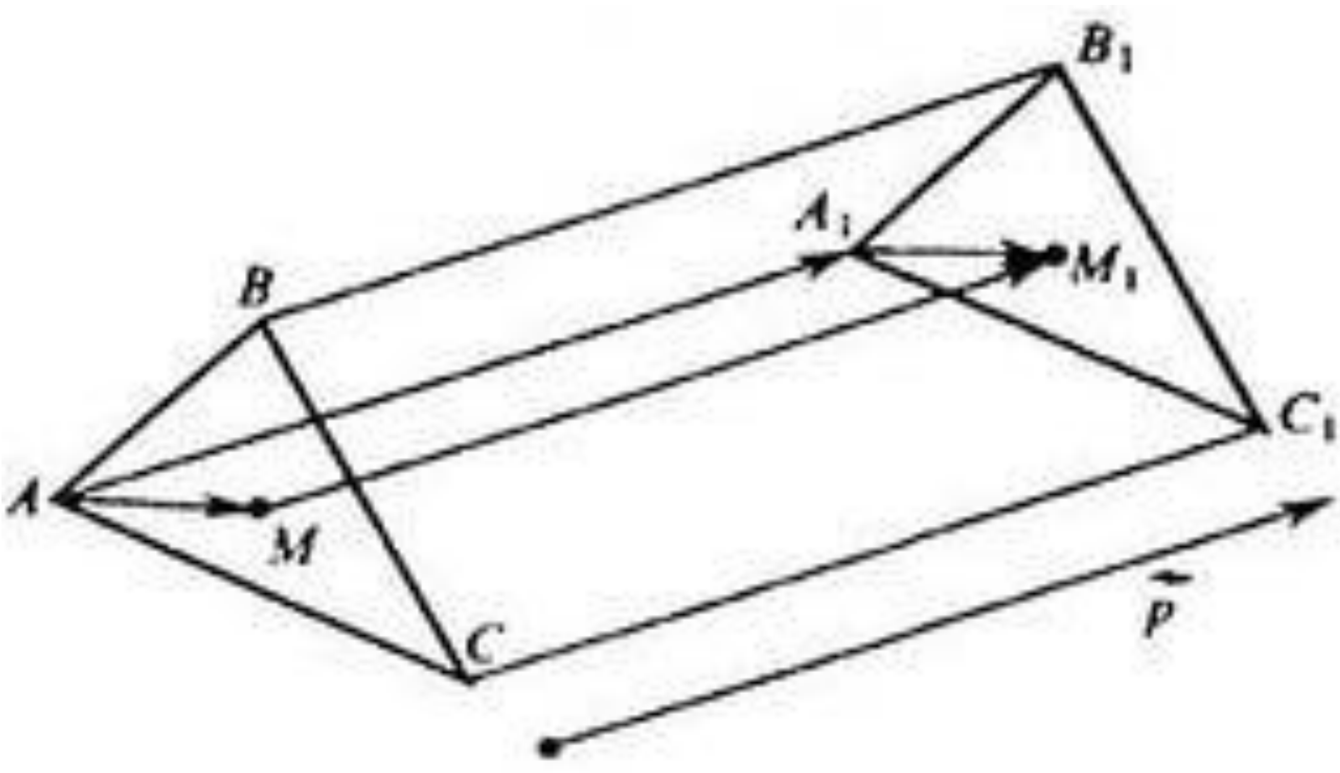
Зеркало не подействовало на слово « КОФЕ» , тогда как слово **«ЧАЙ»** оно изменило до неузнаваемости . Этот фокус имеет простое объяснение . Разумеется , зеркало одинаковым образом отражает нижнюю половину обеих слов . Однако в отличии от слова «**ЧАЙ»** слово **«КОФЕ» обладает горизонтальной осью симметрии** , именно поэтому оно не искажается при отражении в зеркале .





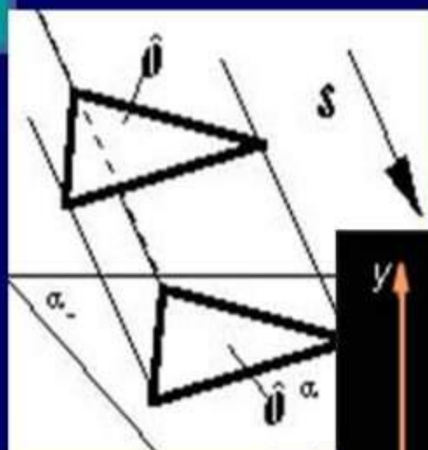
Параллельный перенос на вектор $\overline{p}$ называется отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в такую точку M_1, что

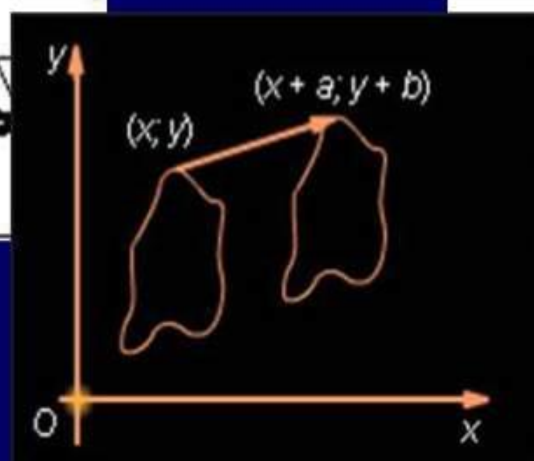
$$\overline{MM_1} = \overline{p}$$

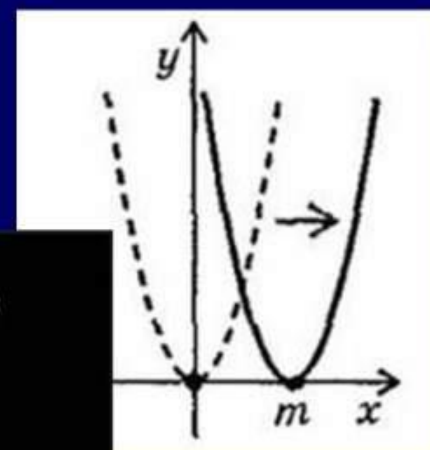


Параллельный перенос

- *Параллельный перенос – один из видов движения*







Параллельный перенос в пространстве

Параллельным переносом в пространстве называется такое преобразование, при котором произвольная точка ($x; y; z$) фигуры переходит в точку ($x + a; y + b; z + c$), где числа a, b, c одни и те же для всех точек ($x; y; z$).

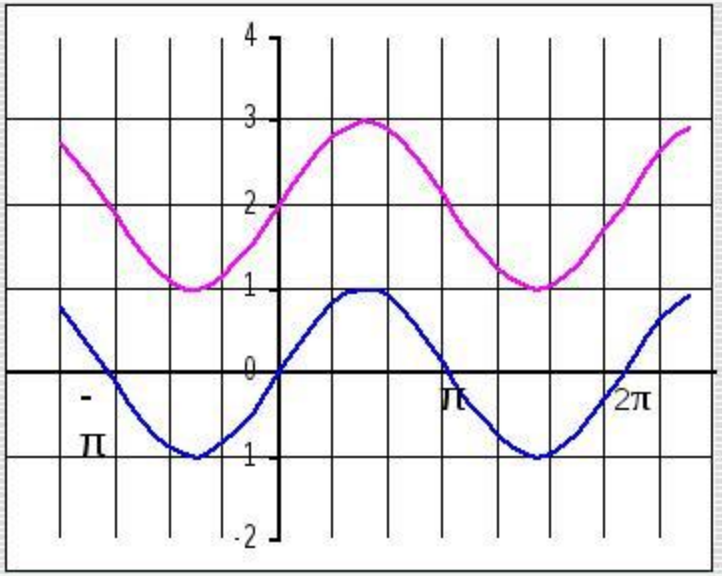
Параллельный перенос в пространстве обладает следующими свойствами:

1. Параллельный перенос есть движение.
2. При параллельном переносе точки смещаются по параллельным прямым на одно и то же расстояние.
3. При параллельном переносе каждая прямая переходит в параллельную ей прямую или в себя.
4. Каковы бы ни были точки A и A', существует единственный параллельный перенос, при котором точка A переходит в точку A'.
5. При параллельном переносе в пространстве каждая плоскость переходит либо в себя, либо в параллельную ей плоскость.

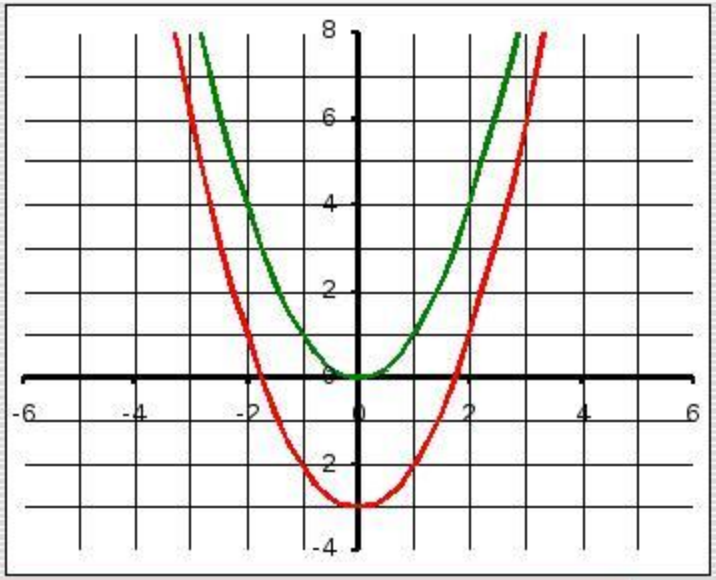
Параллельный перенос

ПРИМЕРЫ:

$y = \sin x; \quad y = \sin x + 2$

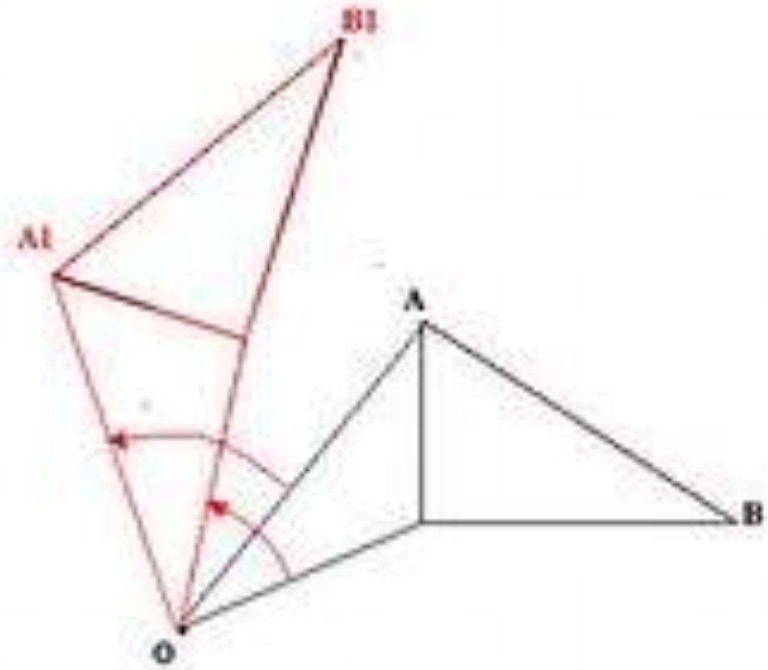


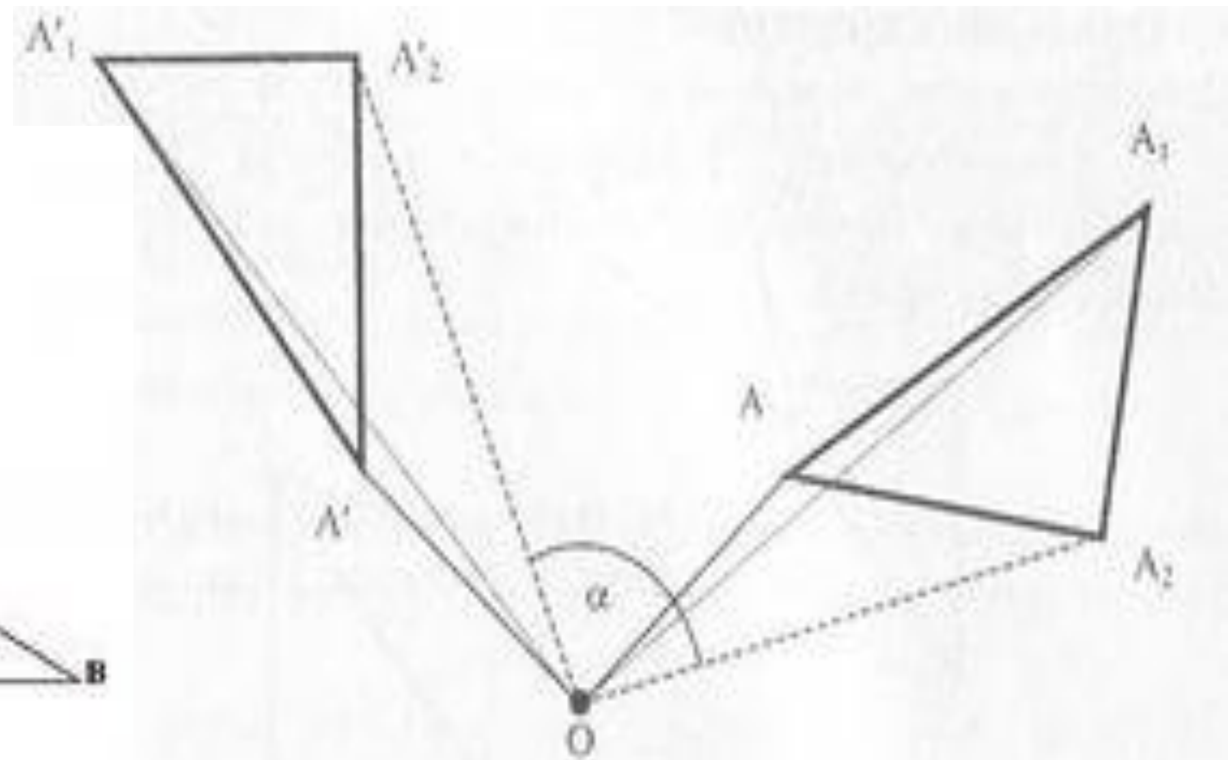
$y = x^2; \;\; y = x^2 - 3$

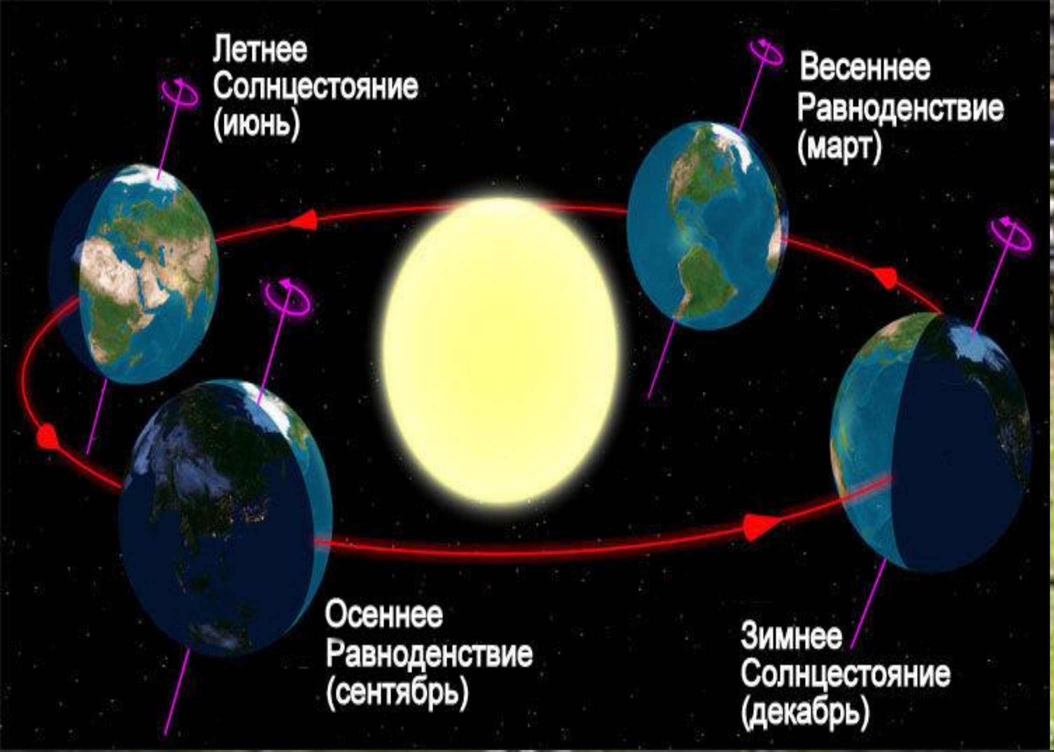





Поворот около данной точки называется такое движение при котором каждый луч, исходящий из этой точки, поворачивается на один и тот же угол в одном и том же направлении

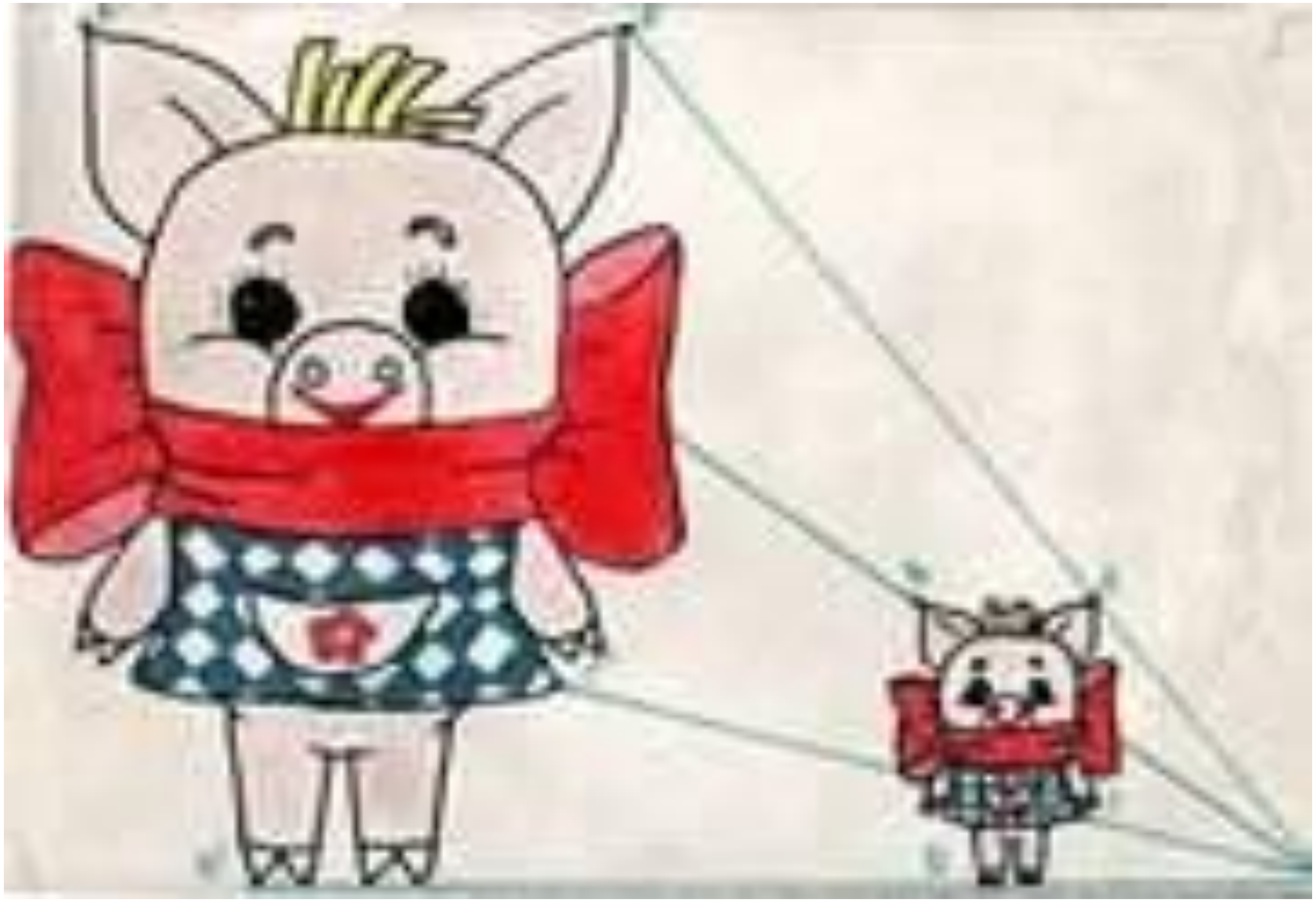




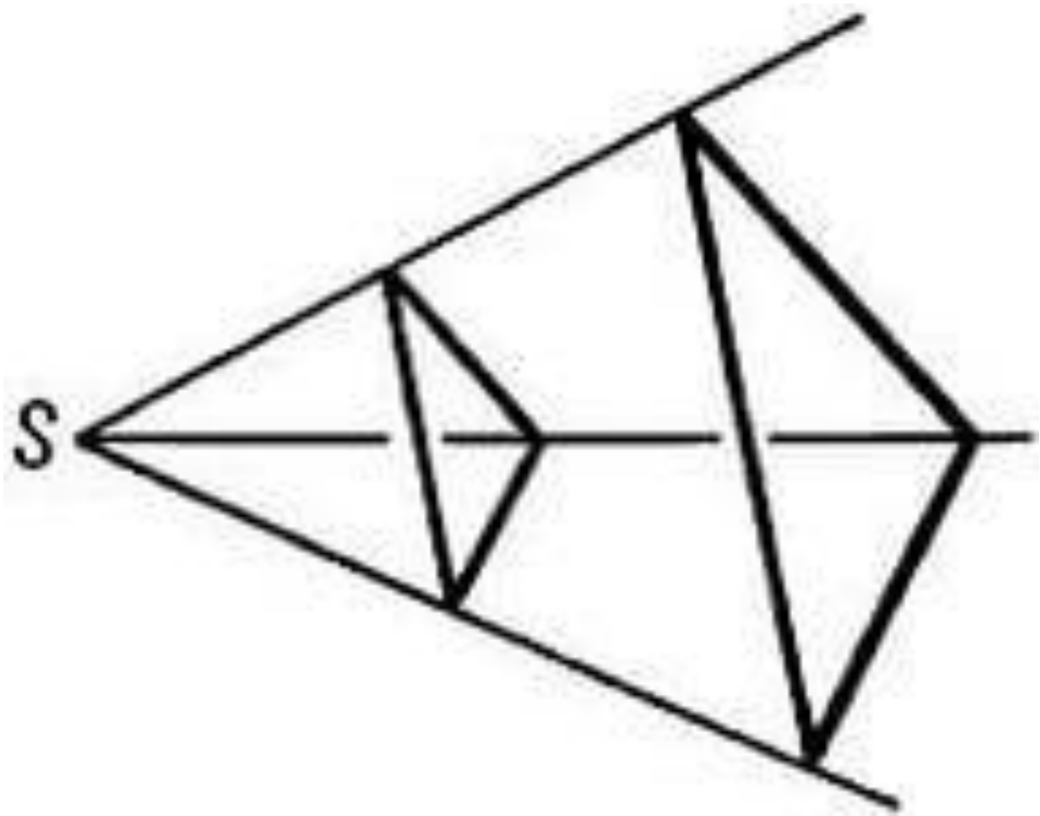

Летнее
Солнцестояние
(июнь)
Весеннее
Равноденствие
(март)
Осеннее
Равноденствие
(сентябрь)
Зимнее
Солнцестояние
(декабрь)


24 млн. лет

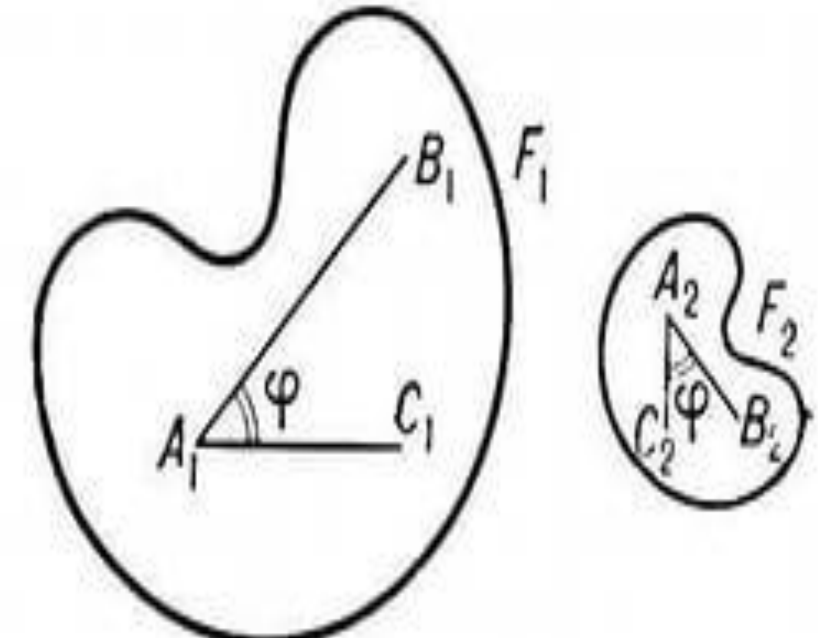
Подобие пространственных фигур



Центральным подобием с центром O и коэффициентом к≠0 называется отображение пространства на себя, при котором каждая точка M переходит в такую точку M₁, что $\overline{OM_1} = \kappa \overline{OM}$



Две тела называются **подобными**, если существует такое преобразование подобия, при котором одно из них переходит в другое



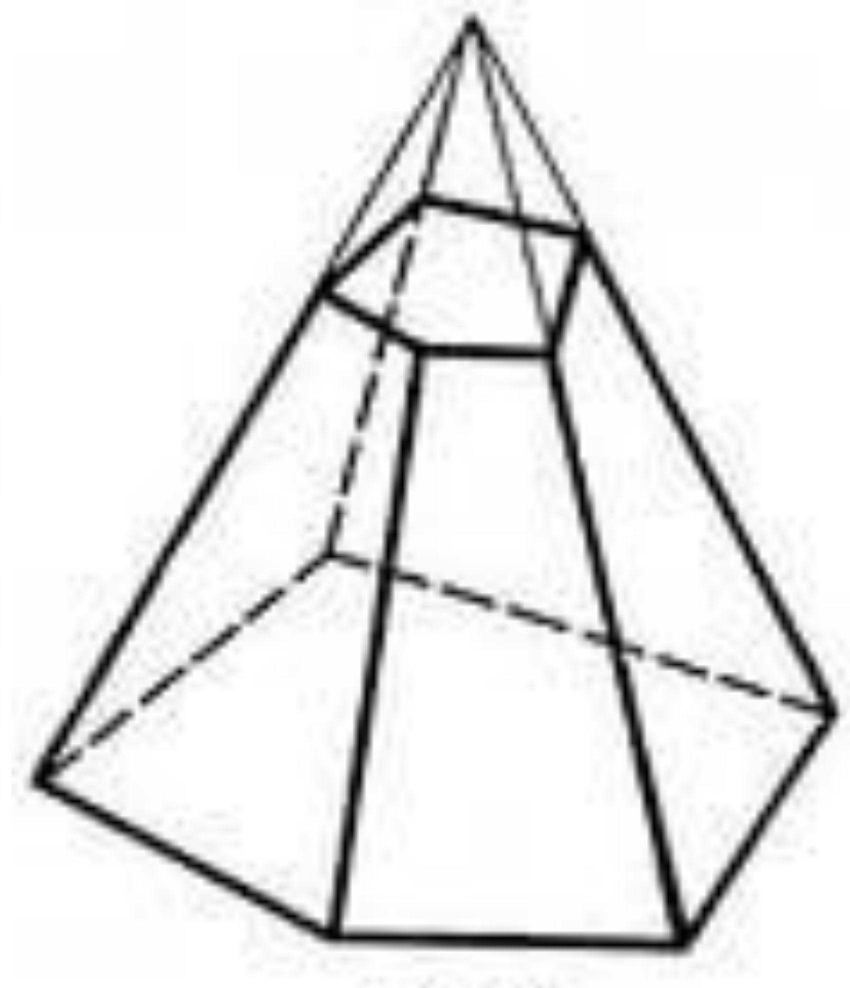


рис. 24

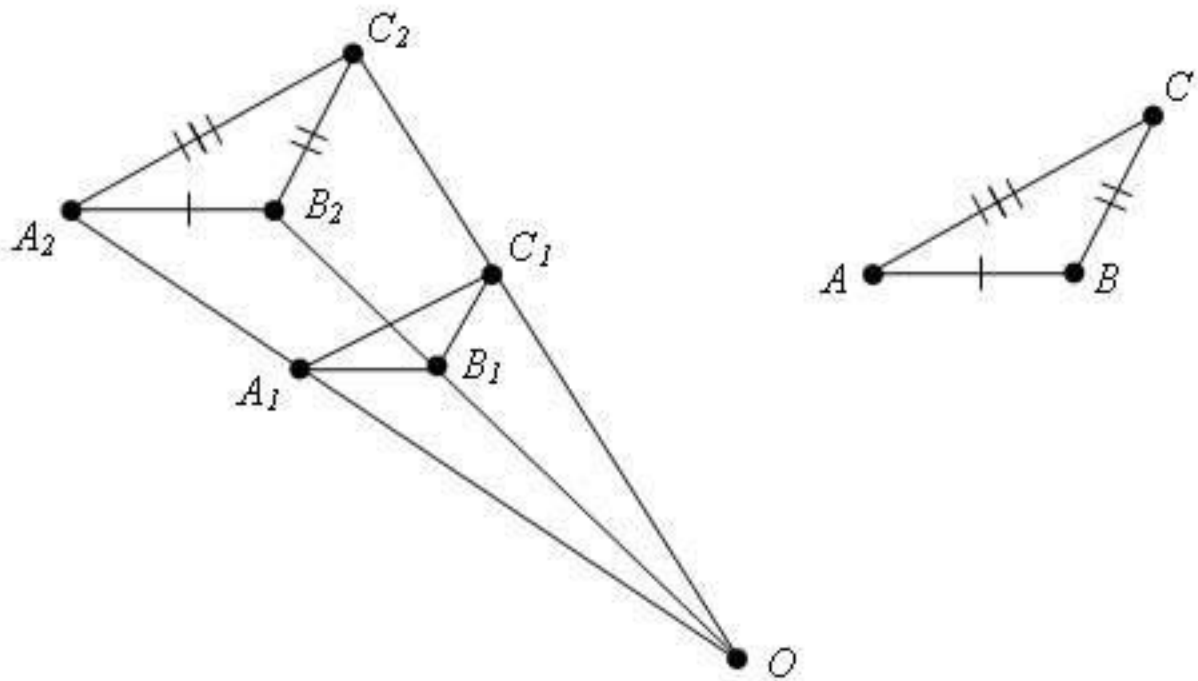
Определение

- Преобразование фигуры F называется **преобразованием подобия** , Если при этом преобразовании расстояние между точками изменяется в одно и то же число раз . т. е. для любых двух точек Х и У фигуры F и точек Х', У фигуры F', в которые они переходят, X'Y' = k*XY.
- Две фигуры называются **подобными,** если они переводятся одна в другую преобразованием подобия.

Простейшим преобразованием подобия в пространстве является

Гомотетия.

- *Гомотетия* относительно центра О с коэффициентом гомотетии k – это преобразование, которое переводит произвольную точку Х в точку Х’ луча ОХ, такую, что ОХ’ = k ОХ.
- Преобразование гомотетии в пространстве переводит любую плоскость, не проходящую через центр гомотетии, в параллельную плоскость (или в себя при k=1)



C_2
A_2
B_2
C_1
A_1
B_1
O
C
A
B

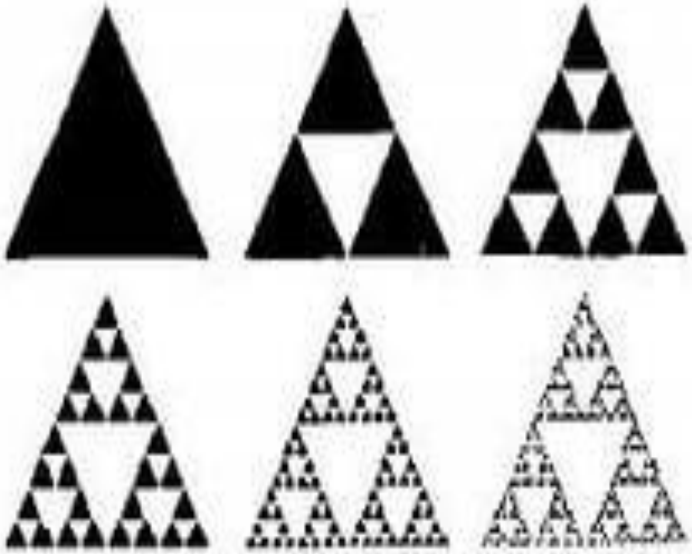
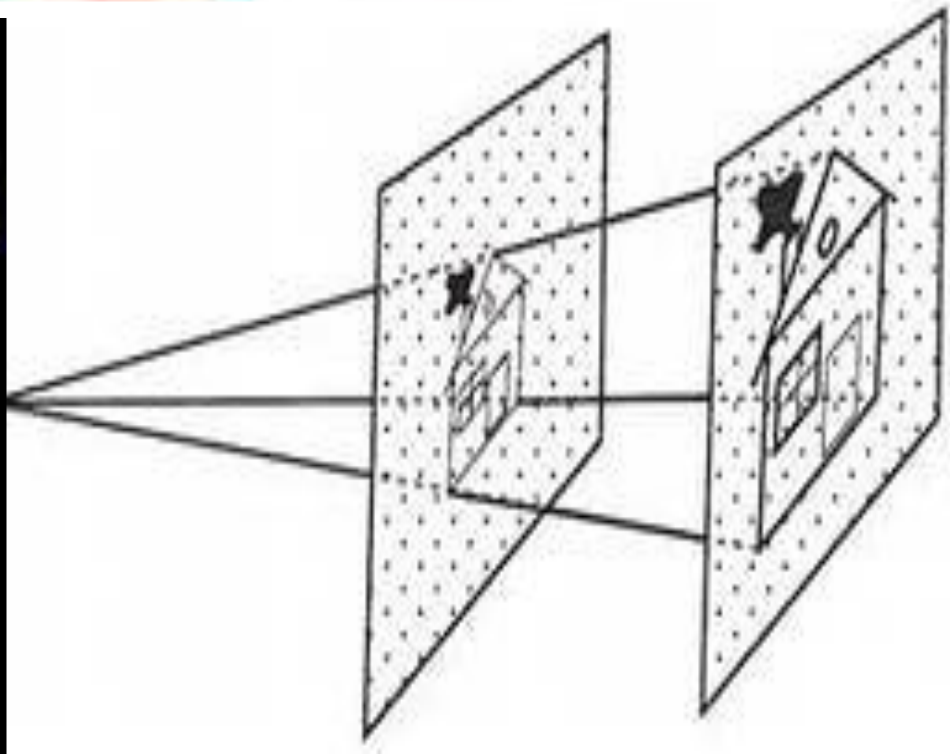
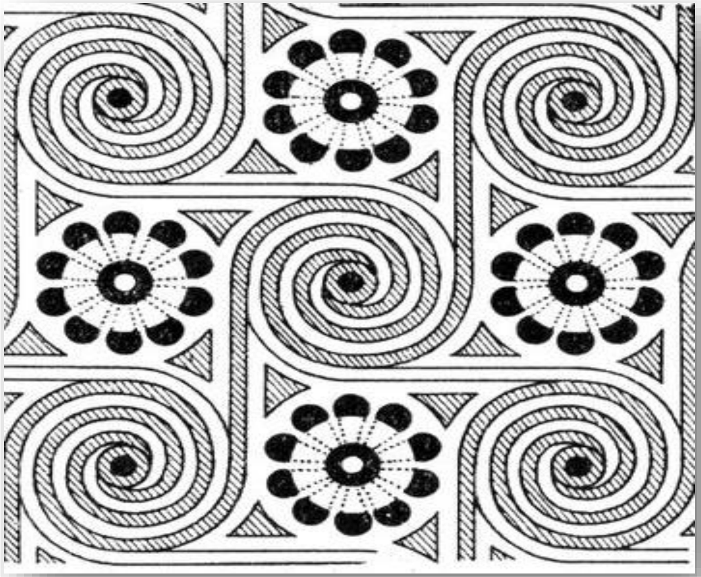


Рис. 6.32. Построение фрактала «салфетка Серпинског

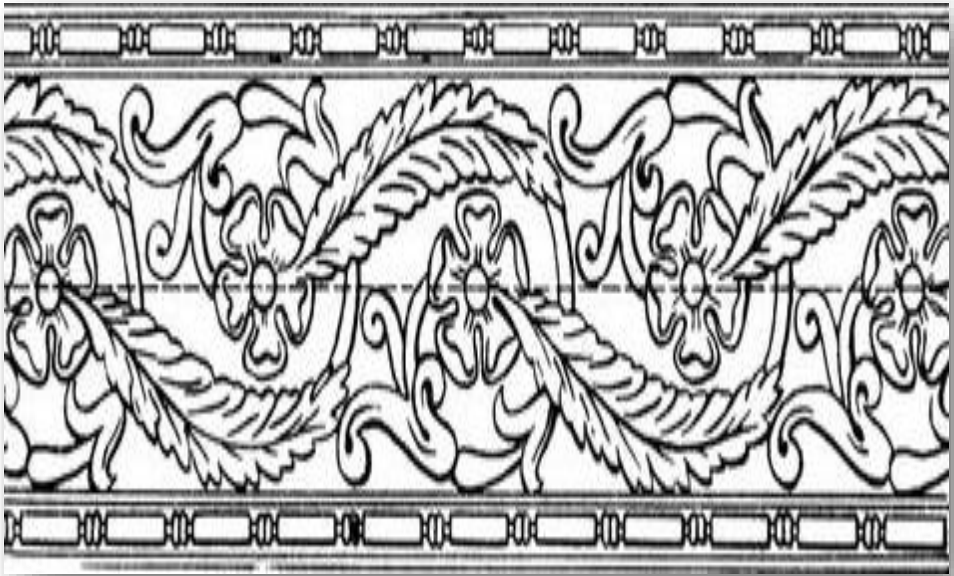


Симметрия вокруг нас

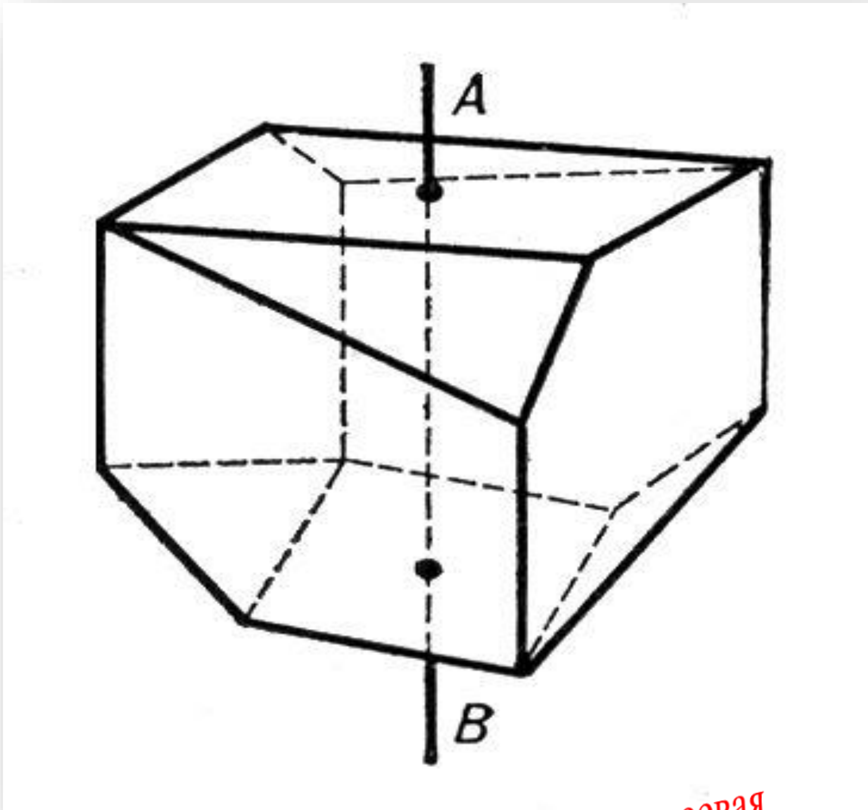
Многие листья деревьев и лепестки цветов симметричны относительно среднего стебля. С симметрией мы часто встречаемся в искусстве; архитектуре; технике; быту. Так, фасады многих зданий обладают осевой симметрией. В большинстве случаев симметричны относительно оси или центра узоры на коврах, тканях, комнатных обоях.



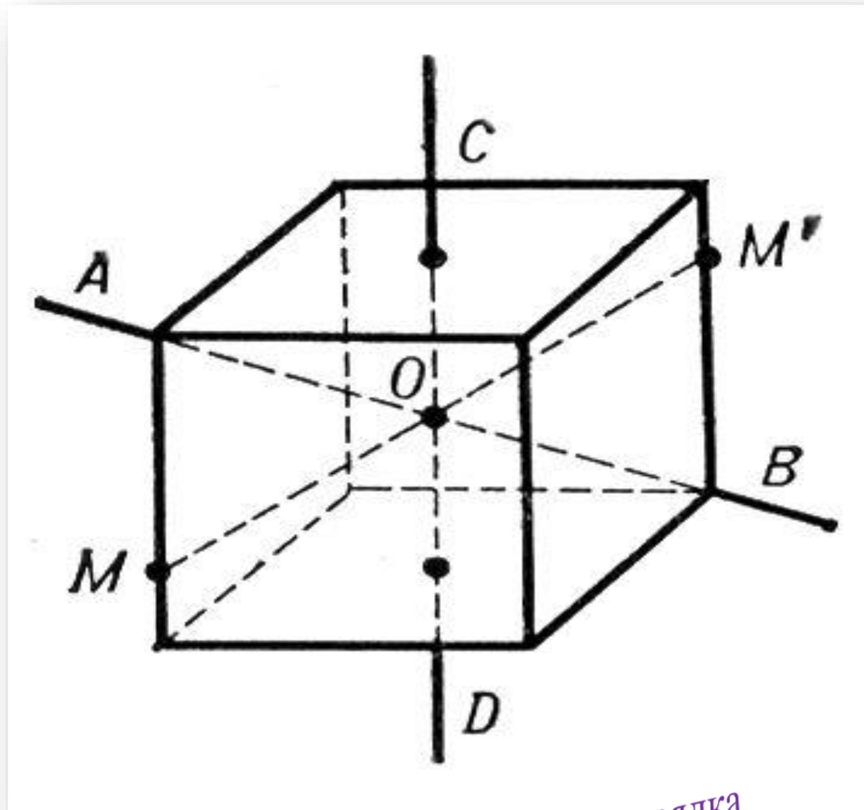
Симметрия переноса



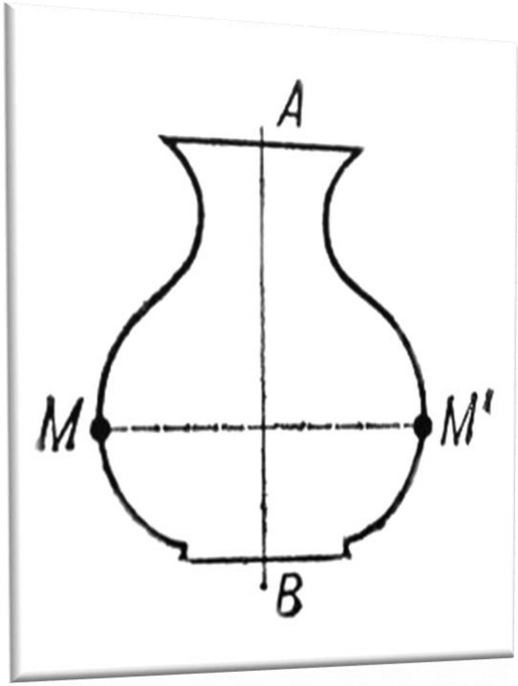
Симметрия. Орнамент



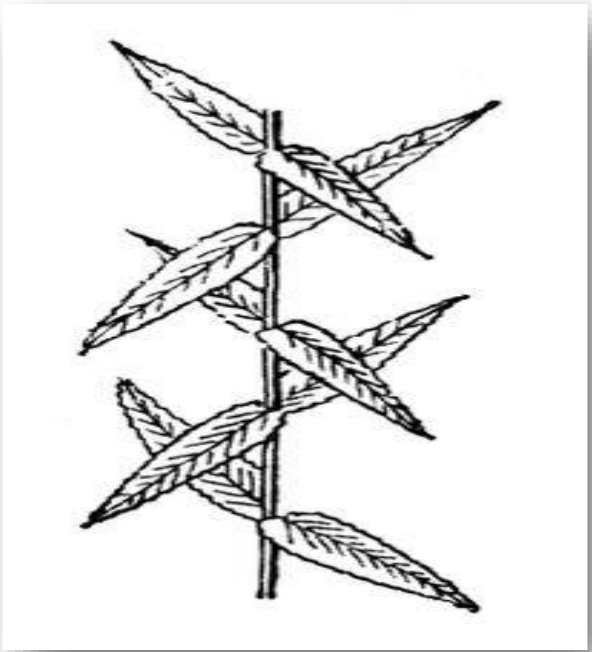
Многогранник. Зеркально-осевая симметрия.



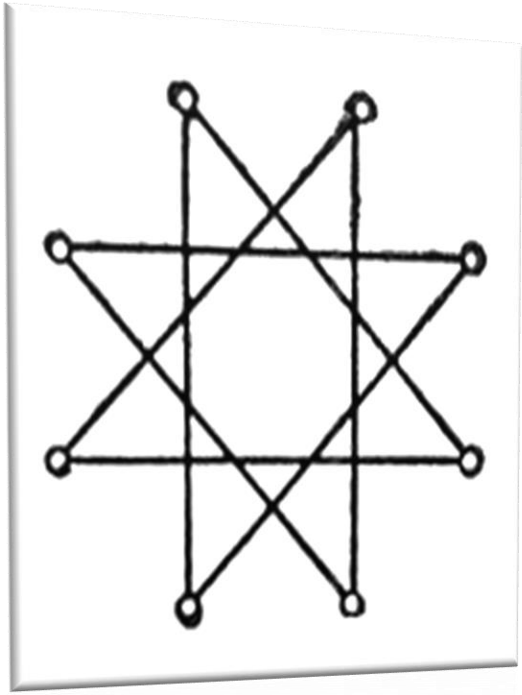
Куб. Симметрия третьего порядка.



Кувшин. Плоская симметричная фигура



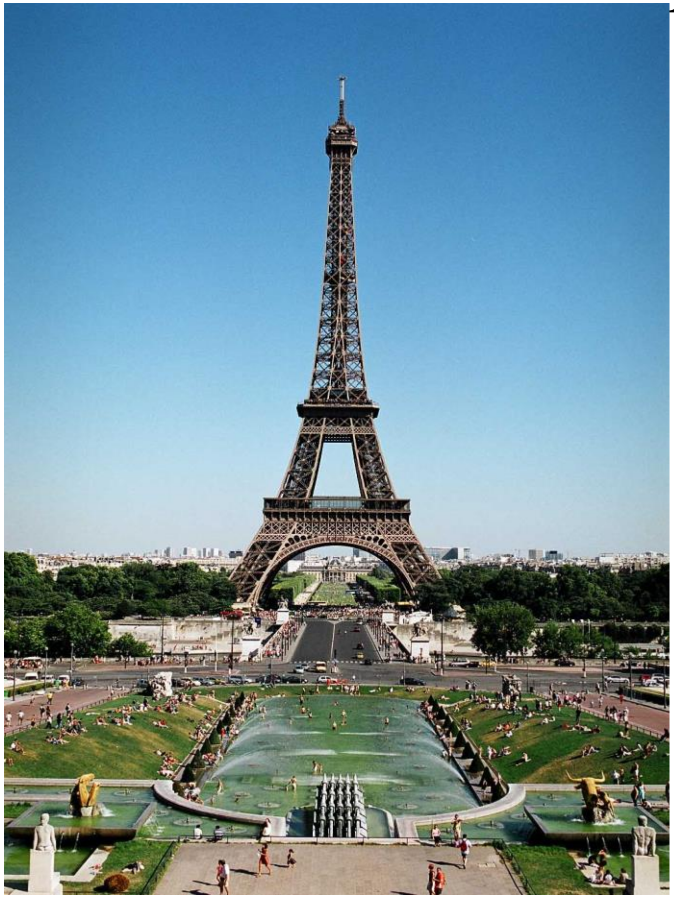
Крапива. Винтовая симметрия



Звезда. Симметрия восьмого порядка

Зеркальная симметрия в природе

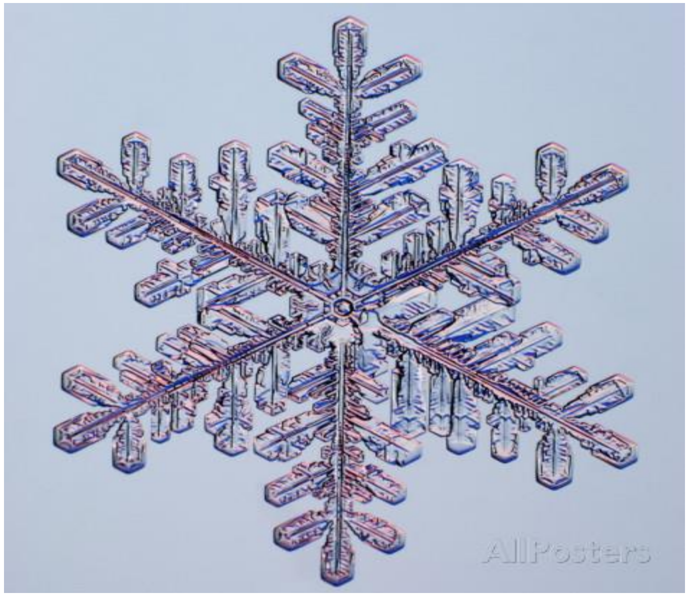
Симметрия в архитектуре

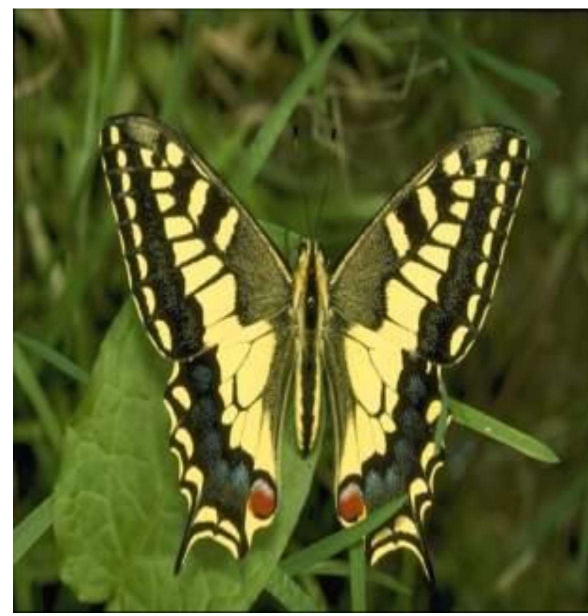


Симметрия в искусстве

Симметрия в технике

Симметрия в природе





Спасибо за внимание