

**Спецификация
диагностической работы по математике
для обучающихся 9-х классов
образовательных организаций города Москвы,
участвующих в реализации городских образовательных проектов**

1. Назначение диагностической работы

Диагностическая работа проводится с целью определения уровня подготовки по математике обучающихся 9-х классов образовательных организаций, участвующих в реализации городских образовательных проектов, и выявления элементов содержания, вызывающих наибольшие затруднения.

Период проведения – март.

2. Документы, определяющие содержание и характеристики диагностической работы

Содержание и основные характеристики диагностической работы определяются на основе следующих документов:

– Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утверждён приказом Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897);

– Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утверждён приказом Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287);

– Федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность (утверждён приказом Минпросвещения России от 21.09.2022 № 858);

– Кодификатор проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования и элементов содержания для проведения основного государственного экзамена по математике (утверждён ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» 10.11.2023).

3. Условия проведения диагностической работы

При организации и проведении работы необходимо строгое соблюдение порядка организации и проведения независимой диагностики.

Диагностическая работа проводится в компьютерной форме, задания с развёрнутым ответом выполняются на отдельном бланке.

Дополнительные материалы и оборудование: линейка, цветные письменные принадлежности по желанию.

4. Время выполнения диагностической работы

Время выполнения диагностической работы – 60 минут без учёта времени на перерыв для разминки глаз и административные процедуры. В работе предусмотрен один автоматический пятиминутный перерыв.

5. Содержание и структура диагностической работы

Каждый вариант диагностической работы состоит из 12 заданий: 9 заданий с кратким ответом, 1 задание с выбором ответа и 2 задания с развёрнутым ответом.

В таблицах 1 и 2 представлено распределение заданий по контролируемым элементам содержания и проверяемым умениям и способам действий (допускается проверка нескольких тем и умений в рамках одного задания).

Таблица 1

**Распределение заданий диагностической работы
по проверяемым умениям и способам действий**

Код КТ	Контролируемые требования к уровню подготовки	Количество заданий
	Развитие представлений о числах и числовых системах; овладение навыками вычислений:	2
1.1	Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, сравнивать действительные числа; находить значения степеней с целыми показателями и корней; вычислять значения числовых выражений; переходить от одной формы записи чисел к другой	
1.2	Округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений	
1.3	Изображать числа точками на координатной прямой	
	Овладение приёмами выполнения тождественных преобразований, решения уравнений и неравенств; умение составлять и исследовать алгебраические модели, интерпретировать полученный результат:	2
2.1	Составлять выражения и формулы по условиям задач, находить значения выражений	
2.2	Выполнять действия со степенями с целыми показателями и корнями, с многочленами, алгебраическими дробями и иррациональными выражениями	
2.3	Выполнять разложение многочленов на множители	
2.4	Выполнять тождественные преобразования	

	рациональных выражений	
2.5	Применять свойства арифметических квадратных корней для преобразования числовых выражений, содержащих квадратные корни	
2.6	Решать линейные, квадратные уравнения и уравнения, сводящиеся к ним, рациональные уравнения, системы линейных уравнений и изученные системы нелинейных уравнений	
2.7	Решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы	
2.8	Применять графические методы при решении уравнений, неравенств и их систем	
2.9	Решать задачи, в том числе задачи, связанные с отношениями, пропорциональностью величин, дробями, процентами	
	Умение применять символы, модели и схемы для решения задач (решать текстовые задачи, используя различные изученные методы и алгоритмы):	1
3.1	Решать текстовые задачи, используя различные изученные методы и алгоритмы, интерпретировать полученные результаты, проводить отбор решений исходя из смысла величин, данных в условии задачи	
	Развитие умения использовать функции для решения задач и описания зависимостей:	1
4.1	Пользоваться системой координат на плоскости	
4.2	Определять значение функции по значению аргумента	
4.3	Определять свойства функции (промежутки возрастания, убывания, промежутки знакопостоянства, наибольшее и наименьшее значения) по графику	
4.4	Строить графики изученных функций, описывать их свойства	
	Формирование геометрических знаний:	4
5.1	Решать задачи на нахождение длин отрезков, величин углов, площадей фигур	
5.2	Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи	
5.3	Определять координаты точки плоскости; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами	
	Овладение способами представления	1

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

	статистических данных; формирование знаний о простейших вероятностных моделях; умение оценивать вероятности событий при принятии решений:	
6.5	Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях Бернулли	
	Умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин:	1
7.1	Решать расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношениями, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой; интерпретировать результаты решения задач с учётом свойств рассматриваемых объектов	
7.2	Пользоваться единицами измерения длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать одни единицы через другие; осуществлять расчёты по формулам, составлять формулы, выражающие зависимости между величинами	
7.3	Составлять алгебраические модели в виде уравнений, неравенств и систем по условию задачи; исследовать построенные модели	
7.4	Описывать с помощью функций зависимости между величинами; интерпретировать графики зависимостей	
7.5	Строить геометрические модели с использованием геометрических понятий и фактов, находить значения геометрических величин	
7.6	Извлекать информацию из таблиц, диаграмм и графиков	
7.7	Решать задачи, требующие систематического перебора вариантов; оценивать вероятности случайных событий	
	Овладение способами представления статистических данных; формирование знаний о простейших вероятностных моделях; умение оценивать вероятности событий при принятии решений:	1
8.1	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

Таблица 2

**Распределение заданий диагностической работы
по контролируемым элементам содержания**

Код КЭС	Темы курса	Количество заданий
1.1.3	Степень числа с натуральным показателем	1
1.2.1	Обыкновенная дробь, основное свойство дроби. Сравнение дробей, действие с обыкновенными дробями	1
1.2.3	Десятичная дробь, действие с десятичными дробями, сравнение десятичных дробей	
1.3.3	Сравнение рациональных чисел, действия с рациональными числами	
1.4.3	Действия с корнями, преобразования выражений с корнями	
1.5.1	Единицы измерения длины, площади, объёма, массы, времени, скорости	1
1.5.2	Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире	
1.5.3	Представление зависимости между величинами в виде формул	
1.5.4	Проценты. Нахождение процента от величины и величины по её проценту. Отношение. Выражение отношения в процентах	
1.5.6	Пропорция. Пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости	1
1.5.7	Округление чисел. Прикидка и оценка результатов вычислений. Стандартная запись числа	
2.3.2	Рациональные выражения и их преобразования	1
3.1.1	Уравнение с одной переменной, корень уравнения	1
3.1.2	Линейное уравнение	
3.1.3	Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения, теорема Виета	
3.1.4	Решение уравнений, сводящихся к квадратным	
3.1.5	Примеры решения уравнений высших степеней	
3.1.6	Уравнение с двумя переменными, система уравнений	
3.1.7	Уравнение с несколькими переменными	
5.1.1	Понятие функции. Область определения функции. Способы задания функции	1
5.1.2	График функции, возрастание и убывание функции, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, чтение	

	графиков функций	1
5.1.3	Примеры графических зависимостей, отражающих реальные процессы	
5.1.4	Прямая пропорциональность и линейная функция. График линейной функции, геометрический смысл коэффициентов	
5.1.5	Обратная пропорциональность, её график. Гипербола	
5.1.6	Квадратичная функция, её график. Парабола. Координаты вершины параболы, ось симметрии	
6.1.1	Изображение чисел точками числовой прямой	1
6.1.2	Геометрический смысл модуля	
6.1.3	Числовые промежутки	
6.2.1	Прямоугольная система координат на плоскости; координаты точки	
6.2.2	Координаты середины отрезка	
6.2.3	Формула расстояния между двумя точками плоскости	
6.2.4	Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых	
6.2.5	Уравнение окружности	1
6.2.6	Графическая интерпретация уравнений и систем уравнений с двумя переменными	
6.2.7	Графическая интерпретация неравенств и систем неравенств с двумя переменными	4
7	Геометрия	
8.1.1	Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков	1
8.1.2	Средние значения, дисперсия, стандартное отклонение наборов числовых данных	
8.2.1	Частоты и вероятности событий	
8.2.2	Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями	
8.2.3	Сложение и умножение вероятностей, условная вероятность, независимые события, использование графических методов для решения задач	
8.2.4	Представление о геометрической вероятности	

6. Порядок оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом

Верное выполнение каждого из заданий с кратким ответом и задания с выбором ответа оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ обучающегося совпадает с эталоном.

За выполнение каждого из заданий 11 и 12 может быть выставлено от 0 до 2 баллов в соответствии с критериями оценивания задания с развёрнутым ответом.

Максимальный балл за выполнение всей диагностической работы – 14 баллов.

В **приложении 1** приведён обобщённый план диагностической работы.

В **приложении 2** приведён демонстрационный вариант диагностической работы.

В демонстрационном варианте представлены примерные типы и форматы заданий диагностической работы для независимой оценки уровня подготовки обучающихся, не исчерпывающие всего многообразия типов и форматов заданий в отдельных вариантах диагностической работы.

Демонстрационный вариант в компьютерной форме размещён на сайте МЦКО в разделе «Компьютерные диагностики» <http://demo.mcko.ru/test/>.

Обобщённый план диагностической работы по математике для обучающихся 9-х классов образовательных организаций города Москвы, участвующих в реализации городских образовательных проектов

Используются следующие условные обозначения:

ВО – задание с выбором ответа, КО – задание с кратким ответом, РО – задание с развёрнутым ответом, Б – задание базового уровня сложности, П – задание повышенного уровня сложности.

№ задания	Код КЭС	Код КТ	Тип задания	Уровень сложности	Макс. балл
1	3.2	1	ВО	Б	1
2	1.2.1–1.5.7	1.1–1.3	КО	Б	1
3	3.1, 3.2	2.6, 2.7	КО	Б	1
4	8.2	6.5	КО	Б	1
5	2	1.1, 1.2, 2.1, 2.9, 7.1, 7.2	КО	Б	1
6	1, 2	1.1, 2.2–2.7,	КО	Б	1
7	5, 6	4.1–4.6, 7.4, 7.6	КО	Б	1
8	7.1, 7.2, 7.3, 7.5	5.1, 5.2	КО	Б	1
9	7.3, 7.4, 7.5	5.1, 5.2, 8.1	КО	Б	1
10	6, 7	5.1, 5.2, 5.3, 8.1	КО	Б	1
11	3.3	2.9, 3.1, 8.1	РО	П	2
12	6, 7	5.1, 5.2, 5.3, 8.1	РО	П	2

**Демонстрационный вариант
диагностической работы по математике
для обучающихся 9-х классов
образовательных организаций города Москвы,
участвующих в реализации городских образовательных проектов**

1 Укажите, при каких значениях a выражение $5a + 9$ принимает только отрицательные значения?

- 1) $a > -\frac{9}{5}$ 2) $a < -\frac{5}{9}$ 3) $a > -\frac{5}{9}$ 4) $a < -\frac{9}{5}$

2 Найдите значение выражения $4,5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 1,4 \cdot \frac{1}{9}$.

Ответ: _____.

3 Решите уравнение $x^2 - 16 = 6x$.
Если уравнение имеет больше одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

4 В магазине канцтоваров продаётся 200 ручек: 31 красная, 25 зелёных, 38 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

Ответ: _____.

5 В феврале цена на товар снизилась на 15%. В марте цена на товар повысилась на 10% и стала равной 1309 рублям. Сколько рублей стоил товар в январе?

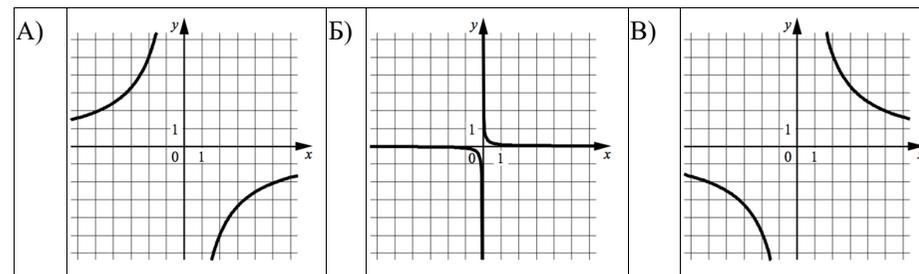
Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{(0,4^8)^4 \cdot 0,4^{12}}{0,4^{45}}$.

Ответ: _____.

7 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = \frac{10}{x}$ 2) $y = -\frac{10}{x}$ 3) $y = \frac{1}{x}$ 4) $y = \frac{1}{10x}$

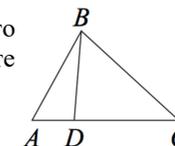
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Ответ:

А	Б	В

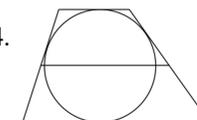
8 На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = 6$, $DC = 8$. Площадь треугольника ABC равна 42. Найдите площадь треугольника ABD .

Ответ: _____.



9 Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 24. Найдите длину её средней линии.

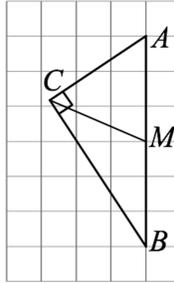
Ответ: _____.



10

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$). Найдите длину медианы CM . (Ответ запишите в виде точного числового значения, без единиц измерения.)

Ответ: _____.



Выполните задания 11 и 12 на бланке ответов на задания с развёрнутым ответом. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

11

Теплоход в 9:00 вышел из пункта А в пункт Б, расположенный в 48 км от пункта А. Пробыв 28 минут в пункте Б, теплоход отправился обратно и прибыл в пункт А в 18:00 того же дня. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 3 км/ч.

12

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 12$, $BF = 9$.

Ответы на задания с кратким ответом и с выбором ответа

№ задания	Ответ
1	4
2	- 0,1
3	- 2
4	0,42
5	1400
6	2,5
7	241
8	18
9	6
10	3

11

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Теплоход в 9:00 вышел из пункта А в пункт Б, расположенный в 48 км от пункта А. Пробыв в пункте Б 28 минут, теплоход отправился обратно и прибыл в пункт А в 18:00 того же дня. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 3 км/ч.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода v км/ч. Тогда скорость теплохода по течению $(v+3)$ км/ч, скорость теплохода против течения $(v-3)$ км/ч.

Время, потраченное на путь АБ и обратный путь, находим по формуле $t = \frac{S}{v}$.

С другой стороны, известно из условия, что время в пути с 9:00 до 18:00 вместе с 28-минутной стоянкой. Получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{48}{v+3} + \frac{48}{v-3} &= 9 - \frac{28}{60}; \\ \frac{3}{v+3} + \frac{3}{v-3} &= \frac{8}{15}; \\ \frac{3(v-3+v+3)}{v^2-9} &= \frac{8}{15}; \\ \frac{6v}{v^2-9} &= \frac{8}{15}. \end{aligned}$$

Учитывая, что $v \neq 3$ и $v \neq -3$ согласно условию задачи,

$$\text{получаем } 15 \cdot 6 \cdot v = 8 \cdot (v^2 - 9);$$

$$4v^2 - 45v - 36 = 0;$$

$$4v^2 - 48v + 3v - 36 = 0;$$

$$(v-12) \cdot (4v+3) = 0.$$

Откуда $v=12$ или $v=-\frac{3}{4}$. Отрицательный корень уравнения является

посторонним корнем, так как скорость в данной задаче не может быть отрицательной.

Ответ: 12 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не исходит ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

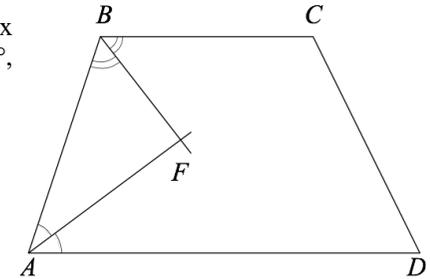
12

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 12$, $BF = 9$.

Решение.

Сумма величин углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180° , значит,

$$\begin{aligned} \angle ABF + \angle BAF &= \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle BAD = \\ &= \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAD) = 90^\circ. \end{aligned}$$



По теореме о сумме углов треугольника получаем, что треугольник ABF прямоугольный с прямым углом F .

По теореме Пифагора для треугольника ABF находим AB :

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15.$$

Ответ: 15.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не исходит ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

Инструкция по выполнению диагностической работы в компьютерной форме

1. При выполнении работы вы можете воспользоваться **черновиком и ручкой.**

2. Для заданий с выбором одного правильного ответа отметьте выбранный вариант ответа мышкой. Он будет отмечен знаком «точка». Для подтверждения своего выбора нажмите кнопку «Сохранить ответ».

3. Для заданий с выбором нескольких правильных ответов отметьте все выбранные варианты ответа. Они будут отмечены знаком «галочка». Для подтверждения своего выбора нажмите кнопку «Сохранить ответ».

4. Для заданий с выпадающими списками выберите соответствующую позицию из выпадающего списка. Для подтверждения своего выбора нажмите кнопку «Сохранить ответ».

5. Для заданий на установление соответствия (без выпадающих списков) к каждой позиции, обозначенной буквой, подберите соответствующую позицию, обозначенную цифрой. Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

6. Для заданий на установление верной последовательности переместите элементы в нужном порядке или запишите в поле ответа правильную последовательность номеров элементов. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

7. Для заданий, требующих самостоятельной записи краткого ответа (числа, слова, сочетания слов и т. д.), впишите правильный ответ в соответствующую ячейку. Регистр не имеет значения. Писать словосочетания можно слитно или через пробел. Для десятичных дробей возможна запись как с точкой, так и с запятой. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

8. Для заданий на перетаскивание переместите мышкой выбранный элемент (слово, изображение) в соответствующее поле. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

9. Для заданий с развёрнутым ответом запишите полный развёрнутый ответ в поле «Ответ». Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

10. Для заданий, требующих записи развёрнутого ответа в бланке ответов, следуйте инструкциям в задании.