

1. В продуктовом магазине есть весы с двумя чашами. На одну чашу весов кладут только продукты, на другую — гири. На чашу для гирь можно положить несколько гирь. Магази́ну разрешено продавать только целое число килограммов продуктов.

а) Можно ли некоторым набором из пяти гирь отвесить любое целое число килограммов от 1 до 25?

б) Можно ли некоторым набором из четырех гирь отвесить любое целое число килограммов от 1 до 25?

в) Найдите наибольшее значение n такое, что любой вес от 1 до n килограммов можно отвесить каким-нибудь набором из пяти гирь.

2. Дан набор цифр: 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9. Из них составляют одно трёх- и одно четырёхзначное число. Оба составленных числа кратны 45, цифры не повторяются.

а) Может ли сумма этих чисел быть равной 2205?

б) Может ли сумма этих чисел быть равной 3435?

в) Какова максимально возможная сумма этих чисел?

3. На доске написано трёхзначное число A . Серёжа зачёркивает одну цифру и получает двузначное число B , затем Коля записывает число A и зачёркивает одну цифру (возможно ту же, что Серёжа) и получает число C .

а) Может ли быть верным равенство $A = B \cdot C$, если $A > 140$?

б) Может ли быть верным равенство $A = B \cdot C$, если $440 \leq A < 500$?

в) Найдите наибольшее число A , меньшее 900, для которого может быть верным равенство $A = B \cdot C$.

4. Есть числа A и B . Из них можно сделать числа $A + 2$ и $B - 1$ или $B + 2$ и $A - 1$, только если следующая пара этих чисел будет натуральной. Известно, что $A = 7$, $B = 11$.

а) Можно ли за 20 ходов создать пару, где одно из чисел равно 50?

б) За сколько ходов можно сделать пару, где сумма чисел будет равна 600?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать, чтобы оба числа не превышали 50?

5. Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

а) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 16 см на части по 1 см?

б) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 100 см на части по 1 см?

в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

6. Дано натуральное число. Можно либо вычесть из него утроенную сумму его цифр, либо прибавить к нему утроенную сумму его цифр. При этом полученное число должно быть натуральным.

а) Можно ли с помощью таких операций из числа 128 получить число 29?

б) Можно ли с помощью таких операций из числа 128 получить число 31?

в) Какое наименьшее натуральное число можно получить из 128 с помощью таких операций?

7. Трехзначное число, все цифры которого ненулевые, разделили на произведение его цифр.
- а) Могло ли в результате деления получиться частное, равное 8?
 - б) Могло ли в результате деления получиться частное, равное 222?
 - в) Какое наибольшее частное можно было получить в результате деления?
8. Имеются контейнеры массой в 2 тонны и 7 тонн и корабли с грузоподъемностью в 10 тонн.
- а) Можно ли 12 контейнеров массой 7 тонн и 24 контейнера массой 2 тонны погрузить на 15 кораблей?
 - б) Можно ли 12 контейнеров массой 7 тонн и 18 контейнеров массой 2 тонны погрузить на 13 кораблей?
 - в) Какое наименьшее количество кораблей требуется для погрузки 12 контейнеров массой 7 тонн и 47 контейнеров массой 2 тонны?
9. По кругу расставлено N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 425, так, что сумма любых трёх последовательных чисел не делится на 2, а сумма любых четырёх последовательных чисел делится на 4.
- а) Может ли N быть равным 280?
 - б) Может ли N быть равным 149?
 - в) Какое наибольшее значение может принимать N ?
10. Есть четыре коробки: в первой коробке 121 камень, во второй — 122 камня, в третьей — 123 камня, а в четвёртой камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трех коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.
- а) Может ли в первой коробке оказаться 121 камень, во второй — 122 камня, в третьей — 119 камней, а в четвёртой 4 камня?
 - б) Может ли в четвертой коробке быть 366 камней?
 - в) Какое максимальное число камней может быть в четвертой коробке?
11. С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.
- а) Может ли в результате такой операции получиться число 201?
 - б) Может ли в результате такой операции получиться число 251?
 - в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 600 до 999 включительно?
12. Даны четыре последовательных натуральных числа. Каждое из чисел поделили на одну из его цифр, не равную нулю, а затем четыре полученных результата сложили.
- а) Может ли полученная сумма равняться 386?
 - б) Может ли полученная сумма равняться 9,125?
 - в) Какое наибольшее целое значение может принимать полученная сумма, если известно, что каждое из исходных чисел не меньше 200 и не больше 699?

13. Трёхзначные натуральные числа делятся на сумму их цифр. Известно, что полученное частное — целое число.

- а) Может ли получиться 55?
- б) Может ли получиться 87?
- в) Найдите наименьшее возможное частное, если число не делится на 100, а его первая цифра равна 7.

14. Даны три различных натуральных числа такие, что второе число равно сумме цифр первого, а третье — сумме цифр второго.

- а) Может ли сумма трёх чисел быть равной 420?
- б) Может ли сумма трёх чисел быть равной 419?
- в) Сколько существует таких троек чисел, что первое число — трёхзначное, а последнее равно 5?

15. Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

- а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1105$?
- б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1106$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $A \cdot S$, если оно больше 1503?

16. В последовательности из 80 целых чисел каждое число (кроме первого и последнего) больше среднего арифметического соседних чисел. Первый и последний члены последовательности равны 0.

- а) Может ли второй член такой последовательности быть отрицательным?
- б) Может ли второй член такой последовательности быть равным 20?
- в) Найдите наименьшее значение второго члена такой последовательности.

17. На доске написано 100 различных натуральных чисел, причем известно, что сумма этих чисел равна 5120.

- а) Может ли на доске быть написано число 230?
- б) Может ли быть такое, что на доске не написано число 14?
- в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 14, написано на доске?

18. Есть синие и красные карточки. Всего карточек 50 штук. На каждой карточке написано натуральное число. Среднее арифметическое всех чисел равно 16. Все числа на синих карточках разные. При этом любое число на синей карточке больше, чем любое число на красной. Числа на синих карточках увеличили в 2 раза, после чего среднее арифметическое всех чисел стало равно 31,2.

- а) Может ли быть 10 синих карточек?
- б) Может ли быть 10 красных карточек?
- в) Какое наибольшее количество синих карточек может быть?

19. В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?

б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?

в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?

20. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 30$. За один ход разрешается стереть три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

а) Приведите пример 5 ходов.

б) Можно ли сделать 10 ходов?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

21. На доске написано n единиц, между некоторыми из которых поставили знаки «+» и посчитали сумму. Например, если изначально было написано $n = 12$ единиц, то могла получиться сумма

$$1 + 11 + 11 + 111 + 11 + 1 + 1 = 147$$

а) Могла ли сумма равняться 150, если $n = 60$?

б) Могла ли сумма равняться 150, если $n = 80$?

в) Чему могло равняться n , если полученная сумма равна 150?

22. На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 173?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 109?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021?

23. В течение n дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 6. При этом каждый день, кроме первого, сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество меньше, чем в предыдущий день.

а) Может ли n быть больше 5?

б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 3, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4?

в) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 6. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел, записанных за все дни?

24. Несколько экспертов оценивают несколько кинофильмов. Каждый из них выставляет оценку каждому кинофильму — целое число баллов от 1 до 10 включительно. Известно, что каждому кинофильму все эксперты выставили различные оценки. Рейтинг кинофильма — это среднее геометрическое оценок всех экспертов. Среднее геометрическое чисел $a_1, \dots, a_n$ равно $\sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n}$. Оказалось, что рейтинги всех кинофильмов — различные целые числа.

- а) Могло ли быть 2 эксперта и 5 кинофильмов?
- б) Могло ли быть 3 эксперта и 4 кинофильма?
- в) При каком наибольшем количестве экспертов описанная ситуация возможна для одного кинофильма?

25. На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших из них равно 15.

- а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 3?
- б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 11?
- в) Найдите наибольшее среднее арифметическое всех чисел.

26. Каждый из 28 студентов написал или одну из двух контрольных работ, или обе контрольные работы. За каждую работу можно было получить целое число баллов от 0 до 20 включительно. По каждой из двух работ в отдельности средний балл составил 15. Затем каждый студент назвал наивысший из своих баллов. При этом если студент писал одну работу, то он назвал балл за нее. Среднее арифметическое названных баллов равно S .

- а) Приведите пример, когда $S < 15$.
- б) Могло ли значение S быть равным 5?
- в) Какое наименьшее значение могло принимать S , если обе контрольные писали только 10 студентов?

27. На доске написано несколько различных натуральных чисел, причем любые два из них отличаются не более чем в 3 раза.

- а) Может ли на доске быть написано 5 чисел, сумма которых равна 47?
- б) Может ли на доске быть написано 10 чисел, сумма которых равна 94?
- в) Сколько чисел может быть написано на доске, если их произведение равно 8000?

28. Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковой суммой чисел.

- а) Является ли множество $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$ хорошим?
- б) Является ли множество $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$ хорошим?
- в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества $\{3; 4; 5; 6; 8; 10; 12\}$?

29. На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 2970. В каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры. Например, число 16 заменили на число 61.

- а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 3 раза меньше, чем сумма исходных чисел.
- б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 5 раз меньше, чем сумма исходных чисел?
- в) Найдите наименьшее возможное значение суммы получившихся чисел.

30. В нескольких одинаковых бочках налито некоторое необязательно одинаковое количество литров воды. За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую.

а) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40 и 91 литр воды. Можно ли не более чем за четыре переливания уравнять количество воды во всех бочках?

б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно уравнять количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний?

в) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнять количество воды в 26 бочках?

31. Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{25}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{35}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

32. Для каждого натурального числа n обозначим через $n!$ произведение первых n натуральных чисел.

а) Существует ли такое натуральное число n , что десятичная запись числа $n!$ оканчивается ровно 9 нулями?

б) Существует ли такое натуральное n , что десятичная запись числа $n!$ оканчивается ровно 23 нулями?

в) Сколько существует натуральных чисел n , меньших 100, для каждого из которых десятичная запись числа $n! \cdot (100 - n)!$ оканчивается ровно 23 нулями?

33. Назовем натуральное число хорошим, если в нем можно переставить цифры так, чтобы получившееся число делилось на 11.

а) Является ли число 1234 хорошим?

б) Является ли число 12345 хорошим?

в) Найти наибольшее хорошее число, состоящее из различных нечетных цифр.

34. На доске написано более 42, но менее 54 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -7 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 6, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -12 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

35. На доске были написаны несколько натуральных чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 70, если изначально на доске по одному разу были написаны все натуральные числа от 27 до 38 включительно?

б) Могло ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 6, если изначально на доске по одному разу были написаны квадраты целых чисел от 112 до 217 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты целых чисел от 112 до 217 включительно. Какое наибольшее значение может иметь отношение оставшихся на доске чисел?

36. Известно, что a, b, c, d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 12 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 4b$ и $c > 7d$?

37. Для чисел A и B , состоящих из одинакового количества цифр, вычисляют сумму S произведений цифр соответствующих разрядов. Например, для чисел $A = 123$ и $B = 579$ такая сумма будет равна $S = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$.

а) Существуют ли трехзначные числа A и B , для которых $S = 100$?

б) Существуют ли пятизначные числа A и B , для которых $S = 400$?

в) Верно ли, что для любого натурального числа от 1 до 260 существуют четырёхзначные числа A и B , суммой S которых оно является?

38. В классе учатся мальчики и девочки, при этом в классе больше 10, но не более 26 человек, а процентная доля девочек в классе не более 21%.

а) Могло ли в классе учиться 5 девочек?

б) В класс перевелась еще одна девочка. Могла ли после этого доля девочек в классе составлять 30%?

в) Какое максимально возможное целое значение могла принимать доля девочек в классе после перевода девочки в него?

39. Дана правильная несократимая дробь $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные. За один ход можно увеличить числитель на знаменатель, а знаменатель — на два числителя, то есть получить дробь $\frac{a+b}{b+2a}$.

а) Можно ли из дроби $\frac{2}{3}$ получить дробь $\frac{29}{41}$?

б) Можно ли из некоторой дроби за 2 хода получить дробь, равную $\frac{6}{7}$?

в) Дробь $\frac{c}{d}$ больше $\frac{7}{10}$. Найдите ее наименьшее значение, которое нельзя получить из другой правильной несократимой дроби за 2 хода.

40. Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a + b; a - b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару, большее число в которой равно 400?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару $(806; 788)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806; 788)$?

41. У Пети дома лежат по 100 монет номинала 1, 2, 5 и 10 рублей. Он хочет купить пирожное в магазине без сдачи, но до момента покупки Петя не знает, сколько стоит пирожное.

а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы гарантированно купить пирожное стоимостью до 100 рублей?

б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы гарантированно купить пирожное стоимостью до 25 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если он знает, что пирожное стоит не более 100 рублей?

42. Мужчина покупает капусту на ферме. Сосед попросил мужчину купить ему столько же капусты, сколько себе. На ферме продают кочаны капусты, которые весят 2, 4 или 6 кг. Мужчина купил N кг капусты.

а) Существует ли такой набор кочанов, в котором капусту нельзя поделить поровну, не разрезая ее, если $N = 20$?

б) Существует ли такой набор кочанов, в котором капусту нельзя поделить поровну, не разрезая ее, если $N = 48$?

в) Найдите все четные значения N , при которых всегда можно разделить капусту поровну, не разрезая ее.

43. Дано квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q и с натуральными корнями x_1 и x_2 .

а) Найдите все различные значения p , если $q = 5$.

б) Может ли быть $p < 10$, если $q > 30$?

в) Найдите наименьшее значение p , если $q > 30$.

44. На доске написано N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 99. Для любых двух написанных на доске чисел a и b таких, что $a < b$, ни одно из написанных чисел не делится на $b - a$ и ни одно из написанных чисел не является делителем числа $b - a$.

а) Могут ли быть написаны на доске какие-то два из чисел 18, 19 и 20 ?

б) Среди написанных на доске чисел есть 17. Может ли N быть равным 25?

в) Найдите наибольшее возможное значение N .

45. Даны четыре последовательных натуральных числа. Каждое из чисел поделили на его последнюю цифру, а затем четыре полученных результата сложили.

а) Может ли полученная сумма равняться 42,3?

б) Может ли полученная сумма равняться $227\frac{41}{72}$?

в) Какое наибольшее целое значение может принимать сумма, если изначально на доске могли быть записаны только числа от 800 до 999 включительно?

46. Даны 4 последовательных целых числа. Каждое из них поделили на его первую цифру, а затем результаты сложили.

- а) Могло ли получиться число $41\frac{11}{24}$?
- б) Могло ли получиться число $569\frac{29}{72}$?
- в) Какое максимальное целое значение суммы могло получиться, если брать числа от 400 до 999 включительно?

47. Несколько камней, каждый из которых весит не менее 100 г, разложили в три кучки. В первой кучке оказалось n_1 камней с суммарным весом S_1 , во второй — n_2 камней с суммарным весом S_2 , а в третьей — n_3 камней с суммарным весом S_3 . Оказалось так, что $n_1 < n_2 < n_3$.

- а) Могло ли так случиться, что $S_1 > S_2 > S_3$?
- б) Могло ли так случиться, что $S_1 > S_2 > S_3$, а вес каждого камня не превышает 105 грамм?
- в) Вес каждого камня не более k грамм. При каком минимальном целом k могло оказаться, что $S_1 > S_2 > S_3$?

48. Первый член конечной геометрической прогрессии, состоящей из трёхзначных натуральных чисел, равен 128. Известно, что в прогрессии не меньше трёх чисел.

- а) Может ли число 686 являться членом такой прогрессии?
- б) Может ли число 496 являться членом такой прогрессии?
- в) Какое наибольшее число может являться членом такой прогрессии?

49. В наборе 100 гирек весом 1, 2, ..., 100 граммов. Их разложили на две кучки так, что в каждой кучке есть хотя бы одна гирька. Потом из второй кучки переложили одну гирьку в первую кучку. В результате средняя масса гирек в первой кучке увеличилась ровно на один грамм.

- а) Могла ли первая кучка (до переукладывания) состоять из гирек с весами 1 г, 5 г, 9 г?
- б) Мог ли средний вес гирек в первой кучке до переукладывания равняться 7,5 грамма?
- в) Какое максимальное количество гирек могло быть первоначально в первой кучке?

50. Учитель задумал несколько необязательно различных натуральных чисел. Эти числа и результаты всех их возможных произведений по два числа, по три числа и так далее он выписал на доску. Если какое-то число, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляют только одно такое число, а другие равные ему числа стирают.

Например, если задуманы числа 1, 5, 6, 5, то на доске будет набор 1, 5, 6, 30, 25, 150.

- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.
- б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?
- в) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.

Ответы

- | | |
|---|---|
| 1. а) Да, можно
б) Нет, нельзя
в) 31 | 10. а) Да
б) Нет
в) 363 |
| 2. а) Да, может
б) Нет, не может
в) 10035 | 11. а) Да
б) Нет
в) 40 |
| 3. а) Да, может
б) Нет, не может
в) 810 | 12. а) Да
б) Нет
в) 2470 |
| 4. а) Нет, нельзя
б) 582
в) 81 | 13. а) Да, может
б) Нет, не может
в) 37 |
| 5. а) Да
б) Нет
в) 9 | 14. а) Да, может. Например, $407+11+2 = 420$
б) Нет, не может
в) 85 |
| 6. а) Да, можно
б) Нет, нельзя
в) 2 | 15. а) Да
б) Нет
в) 1507 |
| 7. а) Да
б) Нет
в) 111 | 16. а) Нет, не может
б) Нет, не может
в) 39 |
| 8. а) Да
б) Нет
в) 19 | 17. а) Нет
б) Нет
в) 4 |
| 9. а) Нет
б) Нет
в) 212 | 18. а) Да, может
б) Нет, не может
в) 35 |

19. а) Нет
б) Нет
в) 387 г
20. а) (1; 3; 30), (2; 4; 27), (5; 7; 20), (6; 8; 17), (9; 10; 11)
б) Нет, нельзя
в) 6 ходов
21. а) Да, могла
б) Нет, не могла
в) 15, 24, 33, 42, 51, 60, 69, 78, 87, 96, 105, 114, 123, 132, 141, 150
22. а) Да
б) Нет
в) 6
23. а) Да
б) Да
в) 48
24. а) Нет
б) Да
в) 4
25. а) Нет
б) Нет
в) 10,5
26. а) Пример
б) Нет
в) $\frac{185}{14}$
27. а) Да
б) Нет
в) 2 или 3
28. а) Да
б) Нет
в) 8
29. а) 32 числа $92 +$ число 26
б) Нет
в) 693
30. а) Да, можно
б) Нет, нельзя
в) 25
31. а) Нет
б) Да
в) $\frac{6}{7}$
32. а) Да, существует
б) Нет, не существует
в) 16
33. а) Да
б) Нет
в) 9753
34. а) 48
б) Отрицательных
в) 12
35. а) Да
б) Нет
в) $\left(\frac{215}{112}\right)^2$
36. а) Да
б) Нет
в) $4\frac{16}{17}$
37. а) Да
б) Нет
в) Да

38. а) Да
 б) Нет
 в) 25
39. а) Да, можно
 б) Нет, нельзя
 в) $\frac{5}{7}$
40. а) Да
 б) Нет
 в) 403
41. а) Да
 б) Нет
 в) 13
42. а) Да
 б) Нет
 в) Все N , кратные 24
43. а) 6
 б) Нет
 в) 12
44. а) Нет
 б) Нет
- в) 33
45. а) Нет, не может
 б) Нет, не может
 в) 2004
46. а) Да
 б) Нет
 в) 478
47. а) Да
 б) Да
 в) 101
48. а) Да, может
 б) Нет, не может
 в) 972
49. а) Нет, не могла
 б) Нет, не мог
 в) 65
50. а) 2, 3, 3, 5
 б) Нет, не существует
 в) 82, 1, 1, 1, 1, 1 или 2, 41, 1, 1, 1, 1