

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 248

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

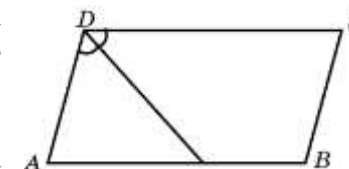
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 4:3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону



параллелограмма, если его периметр равен 88.

2. Даны координаты точек $A(7; 12)$ и $B(3; -4)$. Найдите координаты точки M , которая является серединой отрезка AB . В ответ запишите сумму координат точки M .

3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 и высота равна 4.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

6. Найдите корень уравнения $(x-1)^3 = -8$.

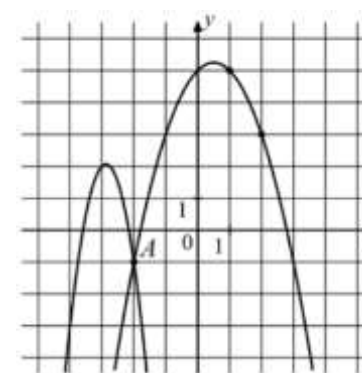
7. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 48}{3 + \log_2 6}$

8. Прямая $y = 8x + 2$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 18$. Найдите a .

9. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

10. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -4x^2 - 23x - 31$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



12. Найдите наибольшее значение функции $y = 8\sin x - \frac{30}{\pi}x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{3^{\cos x}}{9^{\cos^2 x}} = 4^{2\cos^2 x - \cos x}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$.

14. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причём BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1 , если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.

15. Решите неравенство:

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$$

16. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Какую сумму нужно выплатить банку в первые 12 месяцев?

17. Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M , а диагональ BD в точке N , причём $AM : MC = 1 : 2$, $BN : ND = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1 : 4$.

б) Найдите сторону ромба, если $MN = \sqrt{6}$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых ровно одно решение неравенства

$$x^2 + (5a + 3)x + 4a^2 \leq 4$$

удовлетворяет неравенству $a x(x - 4 - a) \leq 0$.

19. Трёхзначное число, все цифры которого не нулевые, разделили на произведение его цифр.

а) Могло ли в результате деления получиться частное, равное 8?

б) Могло ли в результате деления получиться частное, равное 222?

в) Какое наибольшее частное можно было получить в результате деления?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 248

1	28
2	9
3	60
4	0,25
5	0,46
6	– 1
7	1
8	1
9	36
10	10
11	– 6
12	26

13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}.$
14	$\operatorname{arctg} \frac{2}{3}.$
15	$(-\infty; -12] \cup \left[-\frac{35}{8}; 0\right].$
16	1 866 000.
17	6.
18	$-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -1; 1.$
19	а) да, например 128; б) нет; в) 111.