

#математика

Задача 6

Задачи

Логарифмические уравнения

1 Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

Найдите корень уравнения $\log_5 (5 - x) = \log_5 3$.

Задание 2

Найдите корень уравнения $\log_2 (15 + x) = \log_2 3$.

Задание 3

Найдите корень уравнения $\log_4 (x + 3) = \log_4 (4x - 15)$.

Задание 4

Найдите корень уравнения $\log_2 (4 - x) = 7$.

Задание 5

Найдите корень уравнения $\log_5 (x^2 + 2x) = \log_5 (x^2 + 10)$.

Простейшие уравнения

Задание 6

Найдите корень уравнения $\log_5 (4 + x) = 2$.

Задание 7

Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}} (7 - x) = -2$.

Задание 8

Найдите корень уравнения $\log_5 (5 - x) = 2 \log_5 3$.

[Подсказка](#)

Задание 9

Найдите корень уравнения $\log_5 (7 - x) = \log_5 (3 - x) + 1$.

[Подсказка](#)

Задание 10

Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

Задание 11

Решите уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

[Подсказка](#)

Задание 12

Найдите корень уравнения $3^{\log_9(5x-5)} = 5$.

[Подсказка](#)

2 Подсказки

Задание 8. Заметим, что, если мы просто уберём логарифмы по основанию 5 и будем рассматривать уравнение $(5 - x) = 2 \cdot 3$, то решение будет неверным. Мы должны свести уравнение к виду

$$\log_5 f(x) = \log_5 g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Воспользуемся свойством логарифма (9.3):

$$\log_5(5 - x) = \log_5 3^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x = 3^2, \\ 3^2 > 0. \end{cases}$$

Осталось решить линейное уравнение $(5 - x) = 3^2$.

Задание 9. Заметим, что мы не имеем права просто убрать логарифмы. Необходимо свести уравнение к виду

$$\log_5 f(x) = \log_5 g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Воспользуемся свойством логарифма (9.2): $1 = \log_5 5$
Тогда:

$$\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + \log_5(5) \Leftrightarrow \log_5(7 - x) = \log_5(5 \cdot (3 - x)) \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x = 15 - 5x, \\ 7 - x > 0. \end{cases}$$

Задание 10. Не забудьте, что логарифм определен, если его основание во-первых, положительно, а во-вторых, не равно единице. Поэтому нужно либо с самого начала указать что наше уравнение имеет смысл при $\begin{cases} x - 5 > 0, \\ x - 5 \neq 1. \end{cases}$ и после этого решать уравнение $(x - 5)^2 = 49$, учитывая ограничения на x , либо сразу решить уравнение $(x - 5)^2 = 49$, но в конце не забыть выполнить проверку полученных значений x .

Задание 11. Вспомним основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b$. Используя это тождество, мы можем представить 5 в виде 3 возведенной в некоторую степень: $5 = 3^{\log_3 5}$. Тогда наше уравнение приобретает вид:

$$3^{\log_9(5x-5)} = 3^{\log_3 5} \Leftrightarrow \log_9(5x - 5) = \log_3 5$$

Пользуясь тем, что $9 = 3^2$ и свойствами $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$, $\log_a b^k = k \log_a b$, получаем:

$$\frac{1}{2} \cdot \log_3(5x - 5) = \log_3 5 \Leftrightarrow \log_3(5x - 5) = 2 \log_3 5 \Leftrightarrow \log_3(5x - 5) = \log_3 25 \Leftrightarrow (5x - 5) = 25 \Leftrightarrow x = 6.$$

3 Ответы

1. 2

4. -124

7. -42

10. 2

2. -12

5. 5

8. -4

11. 12

3. 6

6. 21

9. 2

12. 6