

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 278

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

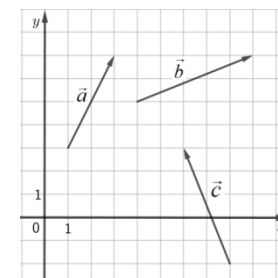
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = \sqrt{17}$, AN — высота, $CH = 4$. Найдите $\operatorname{tg} ACB$.

2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ с целочисленными координатами. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b} - \vec{c}$.



3. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 5, а сторона основания равна $3\sqrt{3}$. Найдите высоту пирамиды.

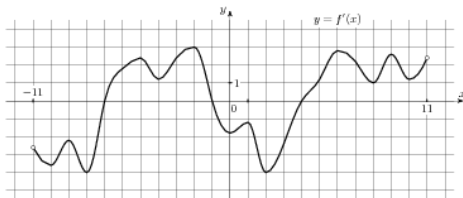
4. В сборнике билетов по математике всего 60 билетов, в 9 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по производной.

5. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{4x-10} = \frac{1}{16}$.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 10]$.

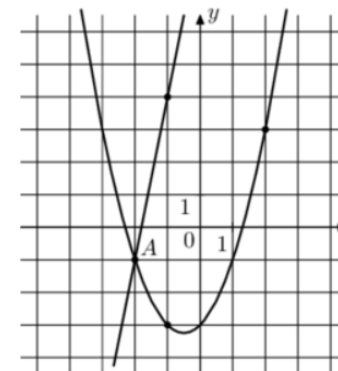


9. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где

$R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

10. От пристани А к пристани В отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние между пристанями равно 420 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^2 - 13x + 7 \ln x + 5$ на отрезке $\left[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}\right]$.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2};$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

14. Точки M и N — середины рёбер соответственно CC_1 и B_1C_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ с основаниями ABC и $A_1B_1C_1$.

а) Докажите, что плоскость BA_1M делит отрезок AN в отношении $4 : 3$, считая от точки A .

б) В каком отношении плоскость BA_1M делит объём призмы?

15. Решите неравенство:

$$\log_x 3 + 2\log_{3x} 3 - 6\log_{9x} 3 \leq 0$$

16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.

17. Окружность с центром O вписана в равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями $AD > BC$.

а) Докажите, что прямая BO делит площадь трапеции пополам.

б) Пусть M и N — точки касания окружности со боковыми сторонами трапеции. В каком отношении прямая MN делит площадь трапеции, если $AD = 2BC$?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (|y| - 4)^2 = 4, \\ y = ax + 1, \\ xy > 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Из набора цифр 2, 3, 5, 6, 7, 8 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел пятизначное и кратно 4, другое — двузначное и кратно 36.

а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 59 008?

б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 97 534?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	– 0,25
2	25
3	4
4	0,85
5	0,9975
6	3
7	– 1,5
8	3
9	7
10	20
11	6
12	– 5

13	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \quad \pi + 2\pi k; \quad k \in Z;$ б) $-3\pi; \quad -\frac{7\pi}{2}.$
14	1 : 1.
15	$\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right) \cup [3^{-2/3}; 1) \cup [3; \infty).$
16	20.
17	7 : 20.
18	$\frac{6 - \sqrt{21}}{6}; \quad \frac{10 + \sqrt{37}}{6}.$
19	а) да; б) нет; в) 98 788.