

# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 264

### Профильный уровень

#### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

#### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

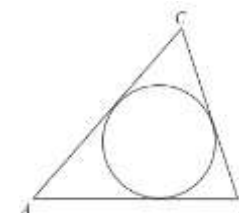
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## Часть 1

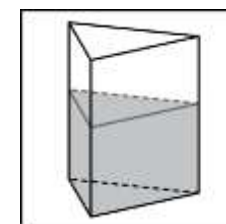
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



2. Вычислите  $|\vec{a} + \vec{b}|^2$ , если  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$  и угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $60^\circ$ .

3. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $2300 \text{ см}^3$  воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



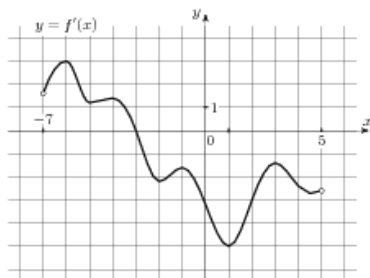
4. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

5. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

6. Найдите корень уравнения  $\sqrt{34 + 2x} = 6$ .

7. Найдите значение выражения  $\frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}}$  при  $a > 0$

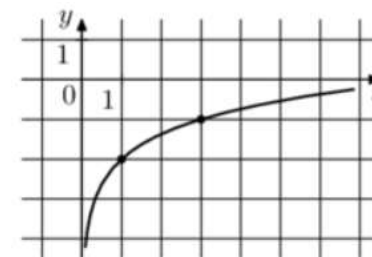
8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 5)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-6; 4]$ .



9. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} kt + \frac{g}{2} k^2 t^2$ , где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{50}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

10. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

11. На рисунке изображён график функции  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите  $f(27)$ .



12. Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 289}$



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin 2x = \sin x - 2\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

14. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  боковое ребро  $SA$  равно 12, а сторона основания  $AB$  равна 6. В боковых гранях  $SAB$  и  $SAD$  провели биссектрисы  $AL$  и  $AM$  соответственно.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $ALM$  делит ребро  $SC$  пополам.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $ALM$ .

15. Решите неравенство:

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1$$

16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат (в млн рублей) после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

17. Дан треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = 4$ ,  $BC = 6$  и  $AC = 8$ .

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне  $BC$ .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $A$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (3a - 4x)^3 + 3x^2 + 3a = 4x$$

имеет хотя бы один корень.

19. а) Можно ли число 2014 представить в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

б) Можно ли число 199 представить в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

в) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы пяти различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.

**ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 264**

<b>1</b>	6
<b>2</b>	37
<b>3</b>	184
<b>4</b>	0,5
<b>5</b>	0,09
<b>6</b>	1
<b>7</b>	32
<b>8</b>	-3
<b>9</b>	50
<b>10</b>	20
<b>11</b>	1
<b>12</b>	-17

<b>13</b>	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in Z;$ б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}.$
<b>14</b>	24.
<b>15</b>	$(-\infty; 0] \cup [\log_2 3; 2) \cup (2; 3).$
<b>16</b>	80,5.
<b>17</b>	$2\sqrt{6}.$
<b>18</b>	$\left(-\infty; \frac{4}{9}\right].$
<b>19</b>	а) да; б) нет; в) 110.